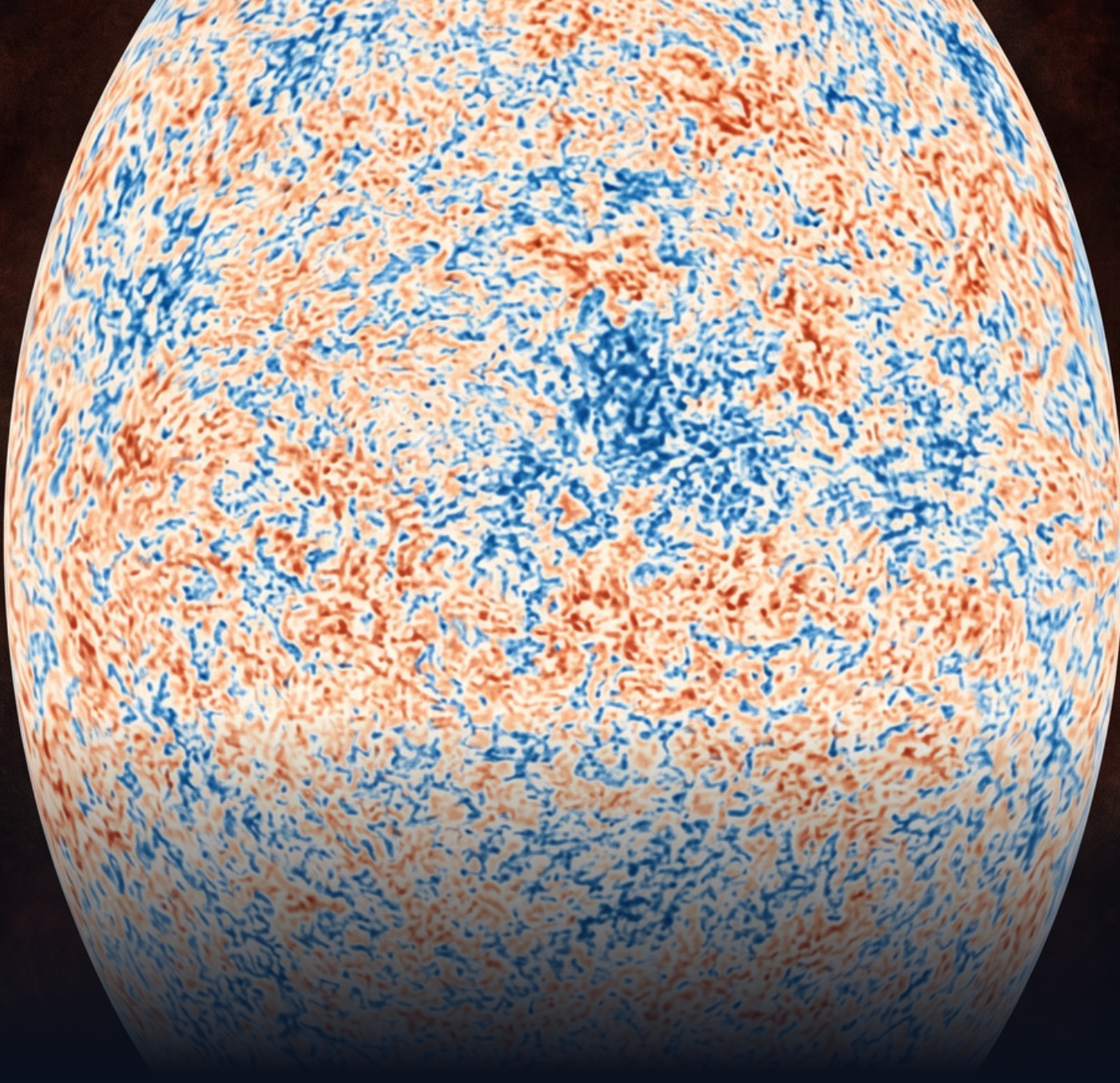




ERKEN EVREN

Foton-Baryon Akışkan Dalgalanmaları ve Kozmik Mikrodalga Arka Plan Akustik Zirvelerinin Fiziği

Akademik Araştırma Makalesi

Teorik Astrofizik — Adım Adım Analitik Türetimler, Vektör Diyagramları ve Sayısal Tablolar

Foton-Baryon Akışkan Dalgalanmaları ve Kozmik Mikrodalga Arka Plan Akustik Zirvelerinin Fiziği

Erken Evren

Eylül 2026

Özet. Kozmik mikrodalga arka planın (CMB) akustik zirveleri, yeniden birleşme öncesindeki foton-baryon plazmasının fosil normal kipleridir. Bu zirvelerin konumları, yükseklikleri, sönüm kuyruğu ve kutuplanması, Thomson saçılması ile hidrojen yeniden birleşmesinin mikrofiziğinin yanı sıra Evren'in küresel geometrisini ve madde içeriğini kodlar. Bu makale, sıkı-bağlanma limitinde CMB akustik salınımlarının standart analitik kuramının kendi içinde bütünlüklü bir türetimini sunar. Saha denklemiyle başlıyor ve hidrojen yeniden birleşmesinin neden iyonlaşma sıcaklığı $13.6 \text{ eV}/k_B$ değerinin çok altında, $T \approx 3000 \text{ K}$ civarında gerçekleştiğini açıkça gösteriyoruz. Ardından Newtoncu bir kütleçekim potansiyelinde bağlı foton-baryon osilatörünü türetiyor, ses hızını $c_s = c/\sqrt{3(1+R)}$ olarak belirliyor ve etkin sıcaklık pertürbasyonu $\Theta_0 + \Psi$ için çözüm elde ediyoruz. Ses ufkü harmonik dalga sayılarını $k_n = n\pi/r_s$ olarak belirlerken, baryon yüklenmesi osilatör dengesini kaydırır ve sıkışma zirvelerini güçlendirir. Açılal çokkutuplara izdüşüm, akustik ölçeği ve $\ell \approx 220$ civarındaki birinci zirveyi verir; bu, uzaysal düzlüğün klasik bir testidir. Ayrıca Sachs-Wolfe etkilerini, Doppler katkılarını, Silk sönümünü, parametre çıkarımını ve CMB E-kipli kutuplanmasının kökenini tartışıyoruz.

Anahtar Kelimeler: kozmik mikrodalga arka plan; yeniden birleşme; akustik salınımlar; foton-baryon akışkanı; Silk sönümü; kozmolojik parametreler

1. Giriş

Kozmik mikrodalga arka plan hem genç Evren'in bir fotoğrafı hem de ilksel plazma için bir spektrum çözümleyicisidir. Neredeyse kusursuz kara cisim spektrumu, erken sıcak evredeki ısı dengeliyi kaydederken, 10^{-5} düzeyindeki anizotropileri homojenlikten küçük sapmaları kaydeder. Gözlenen açılal güç spektrumuna, ışımsal bir plazmada kütleçekim tarafından sürülen ses dalgaları kuramında ilk kez öngörülen ve günümüzde WMAP ile Planck tarafından yüksek duyarlılıkla ölçülen bir akustik zirveler dizisi hâkimdir [7, 8, 12, 15]. Fiziksel tablo basit, fakat nicel olarak zengindir: yeniden birleşmeden önce fotonlar ve baryonlar hızlı Thomson saçılmasıyla birbirine kilitlenmişti. Kütleçekim aşırı yoğun bölgeleri sıkıştırıyor, ışımsal basıncı sıkışmaya karşı koyuyor ve bağlı foton-baryon ortamı akustik salınımlar gerçekleştiriyordu. Plazma nötr hâle geldiğinde fotonlar ayrıştı ve serbestçe bize doğru akarak son saçılmadaki osilatör fazının bir anlık görüntüsünü taşıdı.

Bu makalenin amacı, bu tabloyu araştırma kullanımı için gerekli matematiksel kesinliği koruyarak ileri düzey lisans ve başlangıç düzeyi lisansüstü öğrencilerine uygun bir düzeyde türetmektir. Vurgu analitik sıkı-bağlanma modeli üzerindedir. Bu model, CAMB veya CLASS gibi sayısal Boltzmann çözücülerinin yerini tutmaz; yine de zirvelerin neden var olduğunu, aralıklarının neden bir ses ufkünü ölçtüğünü, baryonların neden tek sayılı zirveleri güçlendirdiğini, küçük ölçeklerin neden üstel olarak sönümlendiğini ve birinci zirvenin neden uzaysal eğriliğin açılal-çap-uzaklığı testi olduğunu açıklar. Ayrıca Planck 2018 değerleri gibi parametre kısıtlarını yorumlamak için derli toplu kavramsal bir ha-

rita sunar:

$$\Omega_b h^2 \approx 0.0224, \quad \Omega_m h^2 \approx 0.143. \quad (1)$$

Tarihsel olarak temel bileşenler çeşitli çalışma hatlarından gelmiştir. İyonlaşmanın termodinamiği, yıldız astrofiziğinde geliştirilmiş ve [1] gibi metinlerde standart hâle gelmiş Saha denkleminde kodlanır. Işımsal difüzyon sönüm ölçeği Silk tarafından hesaplanmıştır [5]. CMB fotonlarının kütleçekimsel kırmızıya kayması Sachs ve Wolfe tarafından betimlenmiştir [4]. Akustik zirvelerin modern analitik kuramı Hu, Sugiyama ve çalışma arkadaşları tarafından açıklığa kavuşturulmuştur [7, 8, 11]. Genişleyen uzay-zamanda tam doğrusal pertürbasyon kuramı [13, 14, 12, 9] içinde gözden geçirilmiştir.

$dt = a d\eta$ ile tanımlanan konformal zaman η kullanılıyor ve esas olarak skaler pertürbasyonlarla Newtoncu ayarda çalışıyoruz. Aksi belirtilmedikçe, sayısal tahminler verildiğinde uzaysal eğrilik sıfır alınır. Fiziksel yorumlarda ve sayısal çalışmada c çarpanları açıkça gösterilir, ancak birçok türetmede kısalık için $c = 1$ birimleri kullanılır. Θ simgesi kesirsel foton sıcaklık pertürbasyonunu gösterir:

$$\Theta(\eta, x, \hat{n}) \equiv \frac{\Delta T}{T}, \quad (2)$$

ve bunun monopolü Θ_0 , foton akışkanının yerel izotropik sıcaklık pertürbasyonudur.

2. Fiziksel ve Matematiksel Çerçeve

2.1. Metrik, pertürbasyonlar ve akışkanlar

Newtoncu ayarda skaler pertürbasyonlar için ve açıkça belirtildiği yerler dışında anizotropik gerilmeyi ihmal

ederek şunu yazarız:

$$ds^2 = a^2(\eta) \left[-(1 + 2\Psi)d\eta^2 + (1 - 2\Psi)\delta_{ij}dx^i dx^j \right]. \quad (3)$$

Burada Ψ Newtoncu kütleçekim potansiyelidir. Bu tek-potansiyelli uzlaşım sıkı-bağlanma türetimi için yeterlidir; bütünüyle genel bir işlem, nötrino anizotropik gerilmesinin önemli olduğu durumlarda zaman ve uzay potansiyellerini ayırt ederdi.

Sıcaklık anizotropisi Fourier kipleri ve Legendre momentleri cinsinden şöyle açılır:

$$\Theta(\eta, \mathbf{k}, \mu) = \sum_{\ell=0}^{\infty} (-i)^\ell (2\ell + 1) \Theta_\ell(\eta, k) P_\ell(\mu), \quad (4)$$

burada $\mu = \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ olur. Monopol Θ_0 yoğunluk veya sıcaklık pertürbasyonlarını, dipol Θ_1 toplu hızı, kuadrupol Θ_2 ise doğrusal kutuplanmanın kaynağını betimler.

Baryon yüklenme parametresi şöyle tanımlanır:

$$R(\eta) \equiv \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma}. \quad (5)$$

$\rho_b \propto a^{-3}$ ve $\rho_\gamma \propto a^{-4}$ olduğundan $R \propto a$ elde edilir. Dolayısıyla yeniden birleşmeye yaklaşıldıkça baryon ataleti giderek daha önemli hâle gelir.

Arka plan foton yoğunluğu

$$\rho_\gamma = \frac{\pi^2}{15} \frac{(k_B T)^4}{\hbar^3 c^5}, \quad (6)$$

şeklinde ve baryon sayı yoğunluğu foton sayı yoğunluğuyla

$$n_b = \eta_b n_\gamma, \quad n_\gamma = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} \left(\frac{k_B T}{\hbar c} \right)^3. \quad (7)$$

bağıntısıyla ilişkilidir. Küçük baryon-foton oranı $\eta_b \simeq 6 \times 10^{-10}$, yeniden birleşmenin $13.6 \text{ eV}/k_B$ değerinden çok daha düşük bir sıcaklıkta gerçekleşmesinin temel nedenidir.

Tanım 1 (Son saçılma ve yeniden birleşme). Yeniden birleşme, serbest elektronlar ve iyonlardan nötr atomların oluşmasıdır. Foton ayrışması, ya da son saçılma, Hubble zamanı başına Thomson optik derinliğinin merteye olarak birin altına düştüğü dönemdir. İki olay yakın olmakla birlikte özdeş değildir: yeniden birleşme serbest-elektron yoğunluğunu azaltır ve ayrışma, kalan saçılma hızı yerel ısı teması sürdüremeyecek kadar küçük olduğunda gerçekleşir.

2.2. Optik derinlik ve görünürlük

σ_T Thomson tesir kesiti ve n_e fiziksel serbest-elektron yoğunluğu olsun. Diferansiyel optik derinlik

$$\dot{\tau} \equiv a n_e \sigma_T c, \quad (8)$$

olup üst nokta $d/d\eta$ anlamına gelir. Konformal zaman η 'dan bugüne η_0 optik derinlik

$$\tau(\eta) = \int_{\eta}^{\eta_0} a(\eta') n_e(\eta') \sigma_T c d\eta' \quad (9)$$

şeklinde bir fotonun son kez η anında saçılmasının olasılık yoğunluğu olan görünürlük fonksiyonu

$$g(\eta) = \dot{\tau}(\eta) \exp[-\tau(\eta)]. \quad (10)$$

ile verilir. Dar zirvesi son-saçılma yüzeyini tanımlar. Gerçek Evren'de bu zirve yaklaşık olarak

$$z_* \simeq 1089, \quad T_* \simeq 2.7255(1 + z_*) \text{ K} \simeq 2970 \text{ K}. \quad (11)$$

civarında oluşur.

Not 1. Son-saçılma yüzeyi sonsuz incelikte değildir. Sonlu kalınlığı çok küçük ölçeklerde anizotropileri yumuşatır, ancak yüksek- ℓ bastırmasının baskın nedeni genellikle Silk sönümü olarak adlandırılan foton difüzyonudur.

3. Saha Denkleminin Hidrojen Yeniden Birleşmesi

3.1. Kimyasal denge türetimi

Tepkimeyi ele alalım:



Isıl ve kimyasal dengede kimyasal potansiyeller

$$\mu_p + \mu_e = \mu_H. \quad (13)$$

koşulunu sağlar. Kütleleri m_i , dejenereliği g_i ve sayı yoğunluğu n_i olan göreceli olmayan Maxwell-Boltzmann türü i için

$$n_i = g_i \left(\frac{m_i k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left[\frac{\mu_i - m_i c^2}{k_B T} \right]. \quad (14)$$

Bu ifade üstel terim için çözümlerse

$$\exp \left(\frac{\mu_i - m_i c^2}{k_B T} \right) = \frac{n_i}{g_i} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_i k_B T} \right)^{3/2}. \quad (15)$$

elde edilir. Burada

$$\chi = 13.6 \text{ eV} \quad (16)$$

hidrojen iyonlaşma enerjisi olmak üzere $m_H c^2 = m_p c^2 + m_e c^2 - \chi$ kullanıldığında, (13) denklemi

$$\frac{n_p n_e}{n_H} = \frac{g_p g_e}{g_H} \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\chi}{k_B T} \right). \quad (17)$$

sonucunu verir. $m_p m_e / m_H \simeq m_e$ yaklaşımını kullandık. Temel-durum hidrojeni için dejenerelik çarpanı merteye olarak birdir; $g_p g_e / g_H \simeq 1$ kullanılması standart pedagojik biçimi verir:

$$\frac{n_p n_e}{n_H} = \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\chi}{k_B T} \right). \quad (18)$$

İyonlaşma kesri

$$x_e \equiv \frac{n_e}{n_b}. \quad (19)$$

olsun. Saf hidrojen için yük nötrlüğü $n_p = n_e = x_e n_b$ verir ve nötr yoğunluk $n_H = (1 - x_e)n_b$ olur. (18) içine yerleştirme

$$\frac{x_e^2}{1 - x_e} = \frac{1}{n_b} \left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\chi}{k_B T}\right). \quad (20)$$

sonucunu verir. (20) denklemi kozmolojik hidrojen yeniden birleşmesi için Saha denklemidir.

3.2. Yeniden birleşme neden 3000 K civarında gerçekleşir

Safça bir tahmin $k_B T = \chi$ olarak

$$T_\chi = \frac{13.6 \text{ eV}}{k_B} \approx 1.58 \times 10^5 \text{ K}. \quad (21)$$

sonucunu verebilir. Bu yanlıştır, çünkü Evren baryonlardan muazzam ölçüde daha fazla foton içerir. $k_B T \ll \chi$ olduğunda bile Wien kuyruğu, Boltzmann çarpanı son derece küçük olmadığı sürece hidrojeni iyonlaştırmaya yetecek kadar 13.6 eV üzeri enerjili foton içerir. Yeniden birleşme için kaba koşul $\exp(-\chi/k_B T) \sim 1$ değil, sıcaklığın kuvvetleri mertebesindeki çarpanlara kadar

$$\eta_b^{-1} \exp\left(-\frac{\chi}{k_B T}\right) \sim 1 \quad (22)$$

koşuludur. $\eta_b^{-1} \sim 10^9$ olduğundan, faz-uzayı önçarpanı dâhil edilmeden önce

$$\frac{\chi}{k_B T} \sim \ln(10^9) \approx 21 \quad (23)$$

gerekir; tam Saha denklemi, ayrışma için ilgili döneme yakın $\chi/k_B T \approx 40\text{--}50$ gibi daha da büyük bir oran verir.

$T = 3000 \text{ K}$ için

$$k_B T = 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV K}^{-1} \times 3000 \text{ K} = 0.2585 \text{ eV}. \quad (24)$$

Dolayısıyla

$$\frac{\chi}{k_B T} = \frac{13.6}{0.2585} \approx 52.6. \quad (25)$$

Üstel terim çok küçüktür:

$$\exp(-52.6) \approx 1.4 \times 10^{-23}, \quad (26)$$

ancak büyük bir elektron ısı faz-uzayı yoğunluğuyla çarpılır. Sayısal olarak,

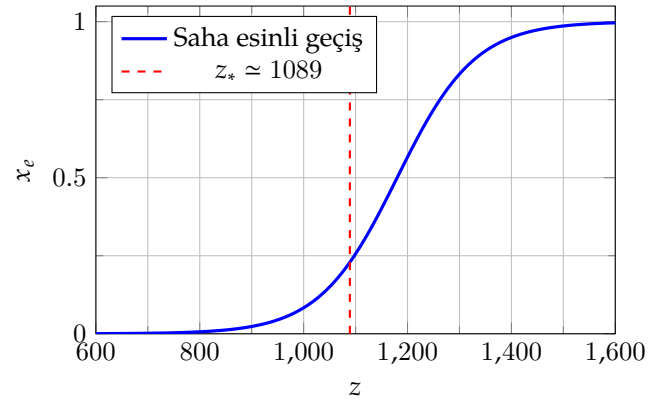
$$\left(\frac{m_e k_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \approx 3.9 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3} \quad (27)$$

$T = 3000 \text{ K}$ değerindedir. Bu nedenle (20) denkleminin sağ tarafı merteye olarak

$$\frac{3.9 \times 10^{20} \times 1.4 \times 10^{-23}}{n_b} \approx \frac{5.5 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-3}}{n_b}. \quad (28)$$

olur. $n_{\gamma,0} \approx 410 \text{ cm}^{-3}$ ve $\eta_b \approx 6.1 \times 10^{-10}$ kullanıldığında,

$$n_b(z = 1100) \approx 6.1 \times 10^{-10} (410 \text{ cm}^{-3}) (1101)^3 \approx 3.3 \times 10^2 \text{ cm}^{-3}. \quad (29)$$



Şekil 1. Kırmızıya kaymanın fonksiyonu olarak şematik iyonlaşma kesri. Eğri, çok düzeyli bir yeniden birleşme hesabı değil, hızlı Saha geçişine ayarlanmış düzgün analitik bir eskizdir. Görünürlük zirvesi, serbest-elektron bolluğu keskin biçimde düştükten sonra $z_* \approx 1089$ civarında oluşur.

Böylece

$$\frac{x_e^2}{1 - x_e} \approx 1.7 \times 10^{-5}, \quad x_e \approx 4.1 \times 10^{-3} \quad (30)$$

en basit Saha tahmininde elde edilir. Gerçek yeniden birleşme geçmişi geç zamanlarda tam olarak Saha dengesi değildir; çünkü temel duruma doğrudan yeniden birleşme, komşu atomları yeniden iyonlaştırabilecek fotonlar yayar ve darboğaz Lyman- α ile iki-foton bozunma kanallarından ışınsal aktarım yoluyla oluşur [2, 3]. Bununla birlikte Saha hesabı mertebeyi doğru açıklar: yeniden birleşme yüz binlerce kelvine değil, binlerce kelvine kadar gecikir.

4. Sıkı Bağlanma ve Foton-Baryon Ses Hızı

4.1. Thomson kilitlemesi

Yeniden birleşmeden önce Thomson saçılması, genişleme ve akustik zaman ölçeklerine kıyasla hızlıdır:

$$\dot{t} \gg \mathcal{H}, \quad \dot{t} \gg k, \quad (31)$$

burada $\mathcal{H} = \dot{a}/a$ olur. Bu limitte fotonlar ve baryonlar ortak bir hızı paylaşır:

$$v_\gamma \approx v_b \equiv v, \quad (32)$$

ve foton kuadropolü bastırılır:

$$\Theta_2 = O\left(\frac{k}{\dot{t}}\right) \Theta_1. \quad (33)$$

Foton basıncı

$$p_\gamma = \frac{1}{3} \rho_\gamma, \quad (34)$$

iken baryon basıncı akustik dinamikler için ihmal edilebilir. Adyabatik pertürbasyonlar için toplam basınç pertürbasyonu

$$\delta p = \frac{1}{3} \delta \rho_\gamma. \quad (35)$$

şeklinde. Foton ve baryon yoğunluk pertürbasyonları

$$\delta_b = \frac{3}{4}\delta_\gamma, \quad (36)$$

bağıntısını sağlar, bu nedenle bağlı akışkandaki toplam yoğunluk pertürbasyonu

$$\delta\rho = \delta\rho_\gamma + \delta\rho_b = \delta\rho_\gamma \left(1 + \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma}\right) = (1+R)\delta\rho_\gamma. \quad (37)$$

olur. Dolayısıyla adyabatik ses hızı $c = 1$ birimlerinde

$$c_s^2 = \frac{\delta p}{\delta\rho} = \frac{1}{3(1+R)} \quad (38)$$

veya

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3(1+R)}}. \quad (39)$$

şeklinde.

Not 2. Baryonlar basınca fazla katkıda bulunmaz, ancak atalet sağlarlar. R değerini artırmak ses hızını düşürür ve osilatör dengesini potansiyel kuyularında sıkışmaya doğru kaydırır.

4.2. Ses ufku

Bir ses dalgasının sıcak büyük patlamadan konformal zaman η 'ya kadar alabileceği eşhareketli uzaklık

$$r_s(\eta) = \int_0^\eta c_s(\eta') d\eta'. \quad (40)$$

ile verilir. Eşdeğer olarak, kırmızıya kayma değişkenleriyle

$$r_s(z) = \int_z^\infty \frac{c_s(z')}{H(z')} dz'. \quad (41)$$

olur. c_s fiziksel bir hız olduğundan ve $H^{-1}dz$, c çarpımının c_s içinde dâhil edildiği birimlerde eşhareketli radyal aralığı verdiğinden, (41) denklemi eşhareketli bir uzunluk verir.

Madde-artı-ışınım arka planı için

$$H^2(a) = H_0^2 [\Omega_r a^{-4} + \Omega_m a^{-3} + \Omega_\Lambda]. \quad (42)$$

Yeniden birleşmede karanlık enerji dinamik olarak ihmal edilebilir, ancak son saçılmaya açısal-çap uzaklığı için önemlidir.

5. Akustik Osilatörün Türetimi

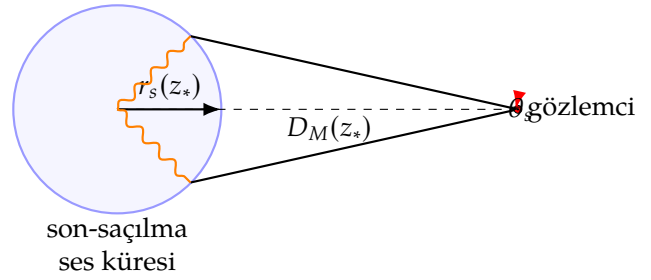
5.1. Süreklilik ve Euler denklemleri

Foton monopolü, foton yoğunluk kontrastıyla

$$\delta_\gamma = 4\Theta_0. \quad (43)$$

ilişkilidir. Newtoncu ayarda Fourier uzayındaki foton süreklilik denklemi

$$\dot{\Theta}_0 = -\frac{k}{3}v_\gamma - \dot{\Psi}. \quad (44)$$



Şekil 2. Akustik ölçeğin geometrisi. Son saçılmadaki eşhareketli ses ufku $r_s(z_*)$, D_M eşhareketli açısal-çap uzaklığı olmak üzere $\theta_s \approx r_s/D_M$ açısını görür. Karşılık gelen akustik çokkutup $\ell_A \approx \pi D_M/r_s$ değeridir.

şeklinde. $-\dot{\Psi}$ terimi uzaysal eğrilik pertürbasyonundaki değişimi hesaba katar; Sachs-Wolfe ve tümleşik Sachs-Wolfe etkileri için zorunludur.

Sıkı-bağlanma limitinde foton Euler denklemi şematik olarak

$$\dot{v}_\gamma = k(\Theta_0 + \Psi) + \dot{\tau}(v_b - v_\gamma), \quad (45)$$

biçiminde yazılabilir; baryon Euler denklemi ise

$$\dot{v}_b + \mathcal{H}v_b = k\Psi + \frac{\dot{\tau}}{R}(v_\gamma - v_b). \quad (46)$$

şeklinde. Foton Euler denklemini foton atalet yoğunluğu $4\rho_\gamma/3$ ile, baryon denklemini ρ_b ile çarpıp toplamak iç sürüklenme kuvvetini yok eder. $v_b = v_\gamma = v$ ile birleşik momentum denklemi

$$\frac{d}{d\eta} [(1+R)v] = k\Theta_0 + k(1+R)\Psi. \quad (47)$$

olur. R 'nin türevi genişleyen arka plandaki baryon Hubble sürüklenmesini içerir.

(44) denklemden hız

$$v = -\frac{3}{k}(\dot{\Theta}_0 + \dot{\Psi}). \quad (48)$$

olarak bulunur. (48) ifadesinin (47) içine yerleştirilmesi

$$-\frac{3}{k} \frac{d}{d\eta} [(1+R)(\dot{\Theta}_0 + \dot{\Psi})] = k\Theta_0 + k(1+R)\Psi. \quad (49)$$

sonucunu verir. $-k/3$ ile çarpıldığında

$$\frac{d}{d\eta} [(1+R)(\dot{\Theta}_0 + \dot{\Psi})] + \frac{k^2}{3}\Theta_0 = -\frac{k^2}{3}(1+R)\Psi. \quad (50)$$

elde edilir. Türevin açılması istenen zorlanmış osilatörü verir:

$$\frac{d}{d\eta} [(1+R)\dot{\Theta}_0] + \frac{k^2}{3}\Theta_0 = -\frac{k^2}{3}(1+R)\Psi - \frac{d}{d\eta} [(1+R)\dot{\Psi}]. \quad (51)$$

Önerme 1 (Sıkı-bağlanma akustik osilatörü). Sıkı-bağlanma limitinde, Newtoncu bir potansiyelde foton monopolü zorlanmış osilatör denklemi (51)'ye uyar. Ataleti baryon çarpımı $1+R$ ile artar, basınç terimi fotonlar tarafından sağlanır ve zorlanması kütleçekimseldir.

5.2. Sabit-potansiyel çözümü

Madde egemenliği içinde iyice bulunan kipler için veya ilk analitik yaklaşım olarak R ve Ψ sabit alınsın. O zaman (51) denklemi

$$(1 + R)\ddot{\Theta}_0 + \frac{k^2}{3}\Theta_0 = -\frac{k^2}{3}(1 + R)\Psi. \quad (52)$$

biçimine indirgenir. $1 + R$ ile bölmek

$$\ddot{\Theta}_0 + k^2 c_s^2 \Theta_0 = -k^2 c_s^2 (1 + R)\Psi, \quad (53)$$

sonucunu verir; burada

$$c_s^2 = \frac{1}{3(1 + R)}. \quad (54)$$

Dolayısıyla denge yer değiştirmesi

$$\Theta_{0,\text{eq}} = -(1 + R)\Psi. \quad (55)$$

olur. Kaydırılmış değişkeni

$$X \equiv \Theta_0 + (1 + R)\Psi. \quad (56)$$

olarak tanımlayalım. Ψ ve R sabit olduğundan X

$$\ddot{X} + k^2 c_s^2 X = 0. \quad (57)$$

denklemini sağlar. Çözüm

$$X(\eta) = X(0) \cos(kr_s) + \frac{\dot{X}(0)}{kc_s} \sin(kr_s), \quad (58)$$

şeklindedir; burada sabit ses hızı için

$$r_s = c_s \eta \quad (59)$$

olur. İhmal edilebilir başlangıç hızına sahip adyabatik başlangıç koşulları için $\dot{X}(0) = 0$ olduğundan

$$\Theta_0 + (1 + R)\Psi = [\Theta_0(0) + (1 + R)\Psi] \cos(kr_s). \quad (60)$$

Her iki taraftan $R\Psi$ çıkarılması etkin gözlenen sıcaklık pertürbasyonunu verir:

$$\Theta_0 + \Psi = [\Theta_0(0) + (1 + R)\Psi] \cos(kr_s) - R\Psi. \quad (61)$$

Bu merkezi analitik sonuçtur. Gözlenebilir monopol artı kütleçekimsel kırmızıya kayma, baryon tarafından kaydırılmış sıfır noktası $-R\Psi$ etrafında salınır.

5.3. Zirveler, fazlar ve baryon yüklenmesi

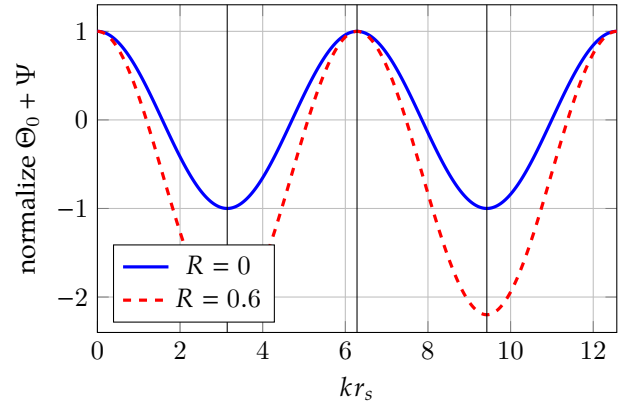
Kosinüs çözümünün ekstremumları

$$kr_s = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (62)$$

olduğunda oluşur. Dolayısıyla akustik dalga sayıları

$$k_n = \frac{n\pi}{r_s(\eta_*)}. \quad (63)$$

şeklindedir. Tek n değerleri potansiyel kuyularında sıkışmaya, çift n değerleri ise seyrilmeye karşılık gelir. Baryonlar (61) içinde sıfır noktasını aşağı kaydırır.



Şekil 3. kr_s fazına karşı çizilmiş analitik sıkı-bağlanma çözümü. Gösterim amaçlı normalizasyon $\Psi = 1$ ve $A = 1 + R$ kullanılır; böylece $R = 0$ için $\cos(kr_s)$, $R = 0.6$ için $1.6 \cos(kr_s) - 0.6$ elde edilir. Baryon yüklenmesi sıfır noktasını kaydırır ve sıkışma ekstremumlarını seyrilmelere göre güçlendirir.

Mevcut işaret uzlaşımında $\Psi > 0$ bir potansiyel kuyusunu etiketliyorsa, osilatör dengesi sıkışmaya doğru yer değiştirdiği için sıkışma ekstremumları mutlak değer olarak güçlenir. Ekstremumların şematik bir ölçüsü

$$(\Theta_0 + \Psi)_n = A(-1)^n - R\Psi, \quad (64)$$

olup burada

$$A = \Theta_0(0) + (1 + R)\Psi. \quad (65)$$

Dolayısıyla tek-çift karşıtlığı yaklaşık olarak

$$\frac{\text{compression}}{\text{rarefaction}} \sim \frac{|A + R\Psi|}{|A - R\Psi|}. \quad (66)$$

şeklinde büyür. Birinci ve üçüncü zirvelerin fiziksel baryon yoğunluğuna $\Omega_b h^2$ özellikle duyarlı olmasının nedeni budur.

Hız (48) denkleminde elde edilir. Sabit Ψ için

$$v = -\frac{3}{k}\dot{\Theta}_0. \quad (67)$$

(60) kullanıldığında

$$v = 3c_s A \sin(kr_s). \quad (68)$$

Dolayısıyla Doppler katkısı monopole göre 90° faz dışıdır:

$$\Theta_0 + \Psi \propto \cos(kr_s), \quad v \propto \sin(kr_s). \quad (69)$$

Doppler terimi, hızın görüş doğrultusu izdüşümü yoluyla sıcaklık anizotropilerine katkıda bulunur, ancak tek başına monopol ile aynı fazlarda baskın zirve maksimumlarını oluşturmaz. İzdüşüm ve açısal ortalama alma da görünen zirve keskinliğini ayrıca azaltır.

6. Gökyüzüne İzdüşüm

6.1. Çokkutuplar ve açısal-çap uzaklığı

Son saçılmadaki eşhareketli dalga sayısı k olan bir Fourier kipi yaklaşık olarak

$$\theta \simeq \frac{\lambda_\perp}{D_M} \simeq \frac{1}{kD_M}, \quad (70)$$

açılal ölçeğini görür; burada D_M eşhareketli açılal-çap uzaklığıdır. Çokkutup ℓ , $\theta \sim \pi/\ell$ açılal ölçeğine veya daha kabaca $\ell \sim kD_M$ bağıntısına karşılık geldiğinden

$$\ell \simeq kD_M(z_*) \quad (71)$$

yazılır. Bu nedenle akustik ölçek

$$\ell_A = \pi \frac{D_M(z_*)}{r_s(z_*)} \quad (72)$$

şeklindeir. İlk sıkışma kipi $kr_s = \pi$ koşuluna sahiptir, ancak kütleçekimsel sürme, ışınlam dönemi potansiyel bozunması, nötrino gerilmesi, baryonlar ve izdüşüm gözlenen ilk sıcaklık zirvesini ℓ_A değerinden yaklaşık olarak

$$\ell_1 \simeq 220. \quad (73)$$

değerine kaydırır. Düz bir evren için Planck $\ell_A \simeq 301$ ve birinci zirveyi $\ell \simeq 220$ civarında bulur [15]. Uzaysal eğrilik D_M değerini değiştirir ve böylece tüm zirve örüntüsünü kaydırır. Bu nedenle birinci zirvenin gözlenen konumu, Evren'in uzaysal olarak düze yakın olduğunun en erken duyarlı gösterimlerinden biriydi.

Sıfır olmayan eğrilik için

$$D_M = \begin{cases} K^{-1/2} \sin(K^{1/2} \chi), & K > 0, \\ \chi, & K = 0, \\ (-K)^{-1/2} \sinh[(-K)^{1/2} \chi], & K < 0, \end{cases} \quad (74)$$

burada radyal eşhareketli uzaklık

$$\chi(z) = \int_0^z \frac{c \, dz'}{H(z')}. \quad (75)$$

şeklindeir. Pozitif eğrilik D_M değerini azaltır ve zirveleri daha düşük ℓ değerlerine kaydırır; negatif eğrilik D_M değerini artırır ve onları daha yüksek ℓ değerlerine kaydırır.

6.2. Güç spektrumu gösterimi

Sıcaklık iki-nokta fonksiyonu geleneksel olarak

$$\langle \Theta(\hat{n}) \Theta(\hat{n}') \rangle = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{2\ell+1}{4\pi} C_\ell P_\ell(\hat{n} \cdot \hat{n}'). \quad (76)$$

şeklinde ifade edilir. Görüş doğrultusu çözümü şematik olarak

$$\Theta_\ell(k, \eta_0) = \int_0^{\eta_0} S_T(k, \eta) j_\ell[k(\eta_0 - \eta)] d\eta, \quad (77)$$

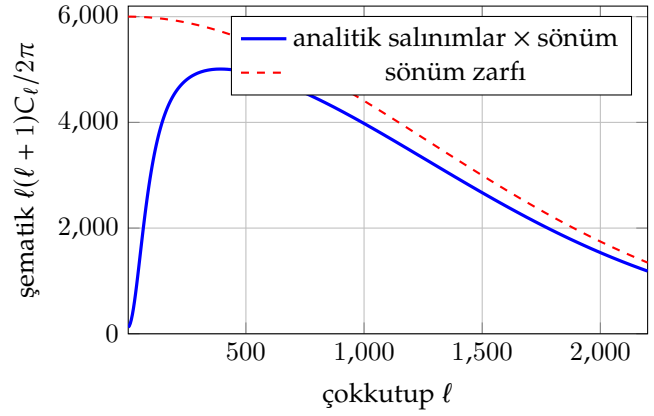
yazılabilir; burada S_T sıcaklık kaynak fonksiyonu ve j_ℓ küresel Bessel fonksiyonudur. O zaman

$$C_\ell = 4\pi \int \frac{dk}{k} \mathcal{P}_R(k) |\Theta_\ell(k, \eta_0)|^2. \quad (78)$$

İlksel eğrilik spektrumu neredeyse bir kuvvet yasasıdır:

$$\mathcal{P}_R(k) = A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s-1}. \quad (79)$$

Analitik osilatör formülleri (78) içindeki aktarım fonksiyonunun yapısını açıklar; duyarlı parametre çıkarımı tam integrali gerektirir.



Şekil 4. Planck verisi olmayan şematik analitik sıcaklık güç spektrumu. Eğri, akustik modülasyonu, ℓ değerine izdüşümü, düşük- ℓ yükselişini ve $\exp[-(\ell/\ell_D)^2]$ sönüm zarfını birleştirir. Gerçek spektrumlar tam Boltzmann evrimini, kütleçekimsel sürmeyi, nötrino etkilerini, mercekleşmeyi, yeniden iyonlaşmayı ve son saçılmanın sonlu kalınlığını gerektirir.

7. Büyük-Ölçekli Kütleçekimsel Etkiler

7.1. Olağan Sachs–Wolfe platosu

Son saçılmada ses ufkundan daha büyük ölçeklerde, basınç gradyanlarının akustik salınımlar üretmeye zamanı olmamıştır. Gözlenen sıcaklık pertürbasyonu o zaman öz foton sıcaklığı artı kütleçekimsel kırmızıya kayma tarafından baskılanır:

$$\left(\frac{\Delta T}{T} \right)_{SW} = \Theta_0 + \Psi. \quad (80)$$

Madde egemenliğinde adyabatik pertürbasyonlar için yoğunluk ve potansiyel pertürbasyonları

$$\Theta_0 = -\frac{2}{3}\Psi, \quad (81)$$

bağıntısını sağlar; böylece

$$\Theta_0 + \Psi = \frac{1}{3}\Psi. \quad (82)$$

olur. Bu olağan Sachs–Wolfe etkisidir [4]. Neredeyse ölçekten bağımsız ilksel spektrum için, ilk akustik zirvenin altındaki çokkutuplarda

$$\frac{\ell(\ell+1)C_\ell}{2\pi} \simeq \text{constant} \quad (83)$$

içinde yaklaşık düşük- ℓ platosunu üretir.

7.2. Tümleşik Sachs–Wolfe etkisi

Fotonlar ilerlerken potansiyel evrimleşirse, eşit olmayan kütleçekimsel enerjiler kazanıp kaybederler. Tümleşik Sachs–Wolfe katkısı, tek-potansiyel uzlaşımında

$$\left(\frac{\Delta T}{T} \right)_{ISW} = 2 \int_{\eta_*}^{\eta_0} \dot{\Psi}[\eta, x(\eta)] d\eta \quad (84)$$

şeklinde. Düz bir evrende tam madde egemenliği sırasında $\Psi = 0$ olur ve ISW etkisi yok olur. Bu etki, ışınım-madde eşitliği yakınındaki erken zamanlarda ve karanlık enerjinin potansiyellerin bozunmasına yol açtığı geç zamanlarda önemlidir.

Erken ISW etkisi, ışınım egemenliği sırasında ufka giren kiplerin bozulan potansiyeller yaşaması nedeniyle ilk birkaç akustik zirveyi değiştirir. Bu bozunma kütleçekimsel hapsi azaltır ve osilatörü sürerek akustik genlikleri artırır. Geç ISW etkisi başlıca kozmik varyansın büyük olduğu düşük çokkutupları etkiler.

8. Difüzyon Sönümü ve Sonlu Ortalama Serbest Yol

8.1. Fiziksel türetim

Sıkı bağlanma bir yaklaşımdır. Fotonlar aslında fiziksel ortalama serbest yol

$$\lambda_{\text{mfp}} = \frac{1}{n_e \sigma_T}. \quad (85)$$

ile plazma içinde rastgele yürür. t zamanı içinde difüzyon fotonları fiziksel olarak

$$\lambda_D \sim \sqrt{N} \lambda_{\text{mfp}}, \quad N \sim \frac{ct}{\lambda_{\text{mfp}}}, \quad (86)$$

uzaklığına taşır; dolayısıyla

$$\lambda_D \sim \sqrt{\frac{ct}{n_e \sigma_T}}. \quad (87)$$

Bu ölçeklerden daha küçük ölçeklerdeki pertürbasyonlar, fotonların sıcak bölgelerden soğuk bölgelere difüze olması nedeniyle silinir. Bu Silk sönümüdür [5].

Daha kesin bir sıkı-bağlanma açılımı eşareketli sönüm ölçeği

$$k_D^{-2}(\eta) = \frac{1}{6} \int_0^\eta \frac{d\eta'}{\dot{\tau}} \left[\frac{R^2}{(1+R)^2} + \frac{16}{15(1+R)} \right]. \quad (88)$$

olarak verir. Birinci terim baryon ataletiyi ilişkili ısı iletimi, ikinci terim ise foton kuadrupolünden kaynaklanan kesme viskozitesidir. Akustik genlik yaklaşık olarak

$$\Theta_0(k) \rightarrow \Theta_0(k) \exp \left[-\frac{k^2}{k_D^2} \right], \quad (89)$$

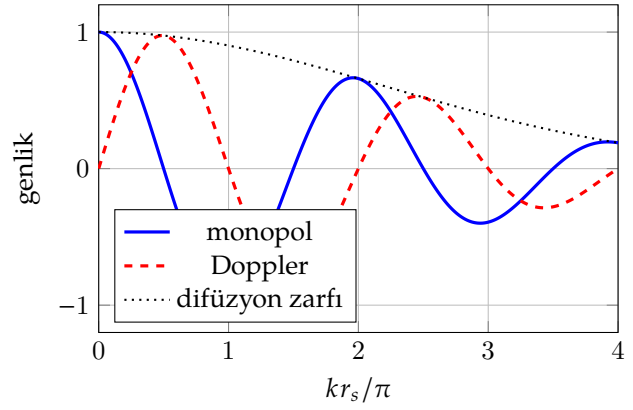
şeklinde bastırılır; güç ise kabaca

$$C_\ell \rightarrow C_\ell \exp \left[-2 \frac{k^2}{k_D^2} \right], \quad k \simeq \frac{\ell}{D_M}. \quad (90)$$

ile bastırılır. Yeniden birleşmede sönüm açısal ölçeği merteye olarak

$$\ell_D \simeq k_D D_M \sim 10^3 - 2 \times 10^3. \quad (91)$$

olur. Bu, yüksek ℓ değerlerinde birincil sıcaklık anizotropisinin hızlı düşüşünü açıklar.



Şekil 5. Şematik sönümlü bir osilatörde monopol ve Doppler fazları. Hız katkısı sıkışmalı sıcaklık pertürbasyonuna göre 90° kaymıştır ve her ikisi de difüzyon uzunluğunun altındaki ölçeklerde bastırılır.

9. Kutuplanma

Anizotropik ışınımın Thomson saçılması doğrusal kutuplanma üretir. Diferansiyel tesir kesiti

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} |\hat{\epsilon}' \cdot \hat{\epsilon}|^2, \quad (92)$$

olduğundan, çıkan kutuplanma gelen ışınımın açısal dağılımına bağlıdır. Saf monopol tercihli yön üretmez ve saf dipol yerel olarak bir Lorentz itmesiyle yok edilebilir. Öncü kaynak kuadrupoldür:

$$\Pi \simeq \Theta_2 + \Theta_{P,0} + \Theta_{P,2}. \quad (93)$$

Sıkı bağlanmada Θ_2 küçüktür, ancak yeniden birleşme yakınında foton ortalama serbest yolu büyür ve bir kuadrupol gelişir. Bu, akustik yapıya sahip E -kipi kutuplanması üretir.

Skaler pertürbasyonlar doğrusal mertebeye yalnızca gradyan-tipli kutuplanma üretir:

$$B_{\ell m} = 0 \quad \text{for scalar modes at first order.} \quad (94)$$

E -kipi zirveleri hız alanıyla yakından ilişkilidir ve bu nedenle sıcaklık monopolüyle yaklaşık olarak faz dışıdır. Sıcaklık-kutuplanma çapraz spektrumu, yoğunluk ve hız pertürbasyonlarının göreceli fazına göre işaret değiştirir. Bu faz örüntüsünün saptanması, zirvelerin rastgele geç-zaman yapıları değil, tutarlı akustik salınımlar olduğunun güçlü bir doğrulamasıdır [10, 11].

10. Çözümlü Sayısal Uygulamalar

10.1. Son saçılmada baryon yüklenmesi

Planck 2018 fiziksel yoğunlukları

$$\Omega_b h^2 = 0.0224, \quad \Omega_m h^2 = 0.143, \quad (95)$$

kullanıldığında baryon yüklenmesi

$$R(z) \simeq 31.5 \Omega_b h^2 \left(\frac{T_0}{2.725 \text{ K}} \right)^{-4} \left(\frac{1000}{z} \right). \quad (96)$$

ile tahmin edilebilir. $z_* = 1089$ için bu

$$R_* \approx 31.5(0.0224) \left(\frac{1000}{1089} \right) \approx 0.65. \quad (97)$$

sonucunu verir. Dolayısıyla son saçılmada ses hızı

$$c_{s,*} = \frac{c}{\sqrt{3(1+0.65)}} = 0.45c. \quad (98)$$

olur. Baryonlar ses hızını $c/\sqrt{3} = 0.577c$ değerinden yaklaşık $0.45c$ değerine düşürmüş ve osilatör dengesini önemli ölçüde kaydırmıştır.

10.2. Ses ufku ve akustik ölçek

Foton ayrışmasında eşhareketli ses ufku için yararlı bir uydurma değeri

$$r_s(z_*) \approx 144.6 \text{ Mpc}. \quad (99)$$

şeklinde. Planck-benzeri düz bir kozmolojide eşhareketli açılma-çap uzaklığı yaklaşık olarak

$$D_M(z_*) \approx 1.39 \times 10^4 \text{ Mpc}. \quad (100)$$

olur. Ses ufkunun gördüğü açı

$$\theta_s = \frac{r_s}{D_M} = \frac{144.6}{1.39 \times 10^4} = 1.04 \times 10^{-2} \text{ rad}. \quad (101)$$

şeklinde. Derece cinsinden,

$$\theta_s = 1.04 \times 10^{-2} \frac{180}{\pi} \approx 0.60^\circ. \quad (102)$$

Akustik çokkutup

$$\ell_A = \pi \frac{D_M}{r_s} = \pi \frac{1.39 \times 10^4}{144.6} \approx 302. \quad (103)$$

olur. Gözlenen ilk sıcaklık zirvesi tam olarak ℓ_A değerinde değil, yaklaşık

$$\ell_1 \approx 220, \quad (104)$$

civarındadır; çünkü birinci zirve ışımsal sürme, izdüşüm, baryon yüklenmesi ve nötrino kaynaklı faz etkileri tarafından kaydırılır.

10.3. Madde-ışınım eşitliği

Madde-ışınım eşitliğinin kırmızıya kayması başlıca $\Omega_m h^2$ tarafından kontrol edilir. Fotonlar ve üç standart nötrino türüyle

$$1 + z_{\text{eq}} \approx \frac{\Omega_m h^2}{\Omega_r h^2} \approx 3400 \left(\frac{\Omega_m h^2}{0.143} \right). \quad (105)$$

Karşılık gelen ufuk ölçeği sıkça

$$k_{\text{eq}} \approx 0.010 \text{ Mpc}^{-1} \left(\frac{\Omega_m h^2}{0.143} \right). \quad (106)$$

şeklinde ifade edilir. $\Omega_m h^2$ değerini değiştirmek potansiyellerin ne zaman bozunduğunu değiştirir. Bu, erken ISW sürmesini ve dolayısıyla birinci-üçüncü zirve yapısını değiştirir. Bu nedenle $\Omega_m h^2$ yalnızca zirve konumlarından değil, onların göreceli yüksekliklerinden de çıkarılır.

Tablo 1. Planck-benzeri düz bir Λ CDM kozmolojisinde temsili sayısal ölçekler.

Nicelik	Yaklaşık değer	Fiziksel rol
z_*	1089	foton ayrışması
T_*	$2.97 \times 10^3 \text{ K}$	yeniden birleşme dönemi
$\Omega_b h^2$	0.0224	baryon yüklenmesi
$\Omega_m h^2$	0.143	eşitlik, potansiyeller
R_*	0.65	atalet oranı
$r_s(z_*)$	144.6 Mpc	standart cetvel
$D_M(z_*)$	$1.39 \times 10^4 \text{ Mpc}$	izdüşüm uzaklığı
ℓ_A	301–302	akustik ölçek
ℓ_1	≈ 220	ilk sıcaklık zirvesi

10.4. Silk sönüm ölçeği

Yeniden birleşmede temsili eşhareketli foton difüzyon ölçeği

$$k_D^{-1}(z_*) \approx 4 \text{ Mpc}, \quad (107)$$

veya

$$k_D(z_*) \approx 0.25 \text{ Mpc}^{-1}. \quad (108)$$

şeklinde. Gökyüzüne izdüşürüldüğünde bu

$$\ell_D \approx k_D D_M \approx 0.25(1.39 \times 10^4) \approx 3.5 \times 10^3. \quad (109)$$

değerine karşılık gelir. Görünürlük genişliği, izdüşüm ve sönüm zarfının kesin tanımı bu basit tahmini değiştirirdiğinden, gözlenen sönüm kuyruğu zaten

$$\ell \gtrsim 1000. \quad (110)$$

için belirgin hâle gelir.

11. Zirve Yükseklikleri Kozmolojik Parametreleri Nasıl Belirler

Zirve konumları öncelikle bir cetvel-ve-uzaklık ölçümüdür, ancak zirve yükseklikleri fiziksel yoğunlukları ölçer. Baryon yoğunluğu R değerini kontrol eder:

$$R_* \propto \Omega_b h^2. \quad (111)$$

Daha büyük R_* baryon ataletini artırır ve osilatör dengesini (61) içinde olduğu gibi kaydırır. Sıkışma zirvelerini seyrelme zirvelerine göre güçlendirir:

$$\frac{C_{\ell_1}}{C_{\ell_2}} \text{ increases with } \Omega_b h^2. \quad (112)$$

Birinci-ikinci zirve oranının bir baryometre olmasının açık fiziksel nedeni budur.

Madde yoğunluğu eşitliği kontrol eder:

$$1 + z_{\text{eq}} \propto \Omega_m h^2. \quad (113)$$

Eğer eşitlik daha geç gerçekleşirse, daha fazla akustik kip potansiyellerin bozunduğu ışımsal egemenliği sırasında ufka girer. Potansiyel bozunması salınımları sürer ve erken ISW katkısını değiştirir. Bu nedenle ilk birkaç zirvenin göreceli yükseklikleri $\Omega_m h^2$ değerini kısıtlar.

İlksel genlik ve eğim

$$C_\ell \propto A_s \left(\frac{k}{k_0} \right)^{n_s-1} |T_\ell(k)|^2, \quad (114)$$

yoluyla girer; burada T_ℓ ışınım aktarım fonksiyonudur. Yeniden iyonlaşma, yeniden iyonlaşmada ufkun iyice içinde bulunan kipler için birincil sıcaklık anizotropisini yaklaşık olarak

$$C_\ell \rightarrow e^{-2\tau_{re}} C_\ell \quad (115)$$

şeklinde bastırır; bu da A_s ile optik derinlik τ_{re} arasında büyük-açılı kutuplanmayla kırılan bir dejenerelik oluşur.

12. Tartışma

Yukarıdaki türetim birkaç denetimli yaklaşıma dayanır. Birincisi, sıkı bağlanma $\dot{\tau} \gg k, \mathcal{H}$ varsayar ve dolayısıyla foton kuadrupollerini, kutuplanmayı ve viskoziteyi bastırır. Bu erken zamanlarda çok iyidir, ancak tam da kutuplanma ve difüzyon sönümünün üretildiği yeniden birleşme yakınında başarısız olur. (88) sönüm ölçeği, $k/\dot{\tau}$ içinde öncü mertebenin ötesine açılarak elde edilir.

İkincisi, sabit-potansiyel çözümü (61) fazı ve baryon yüklenmesini yakalar, ancak zamana bağlı potansiyeller tarafından kütleçekimsel sürmeyi içermez. Işınım egemenliğinde foton basıncı, baskın ışınım bileşeninin alt-ufuk ölçeklerde kümelenmesini engeller ve potansiyeller bozunur. Bu bozunma (51) içinde bir sürücü terim olarak davranır ve akustik genlikleri artırır. Serbest akan nötrinolar da anizotropik gerilme taşır ve akustik fazı kaydırır. Bu etkiler duyarlı kozmoloji için zorunludur, ancak temel osilatör yorumunu gözelemez.

Üçüncüsü, yeniden birleşme tam olarak Saha denklemiyle verilmez. Saha işlemi anlık kimyasal denge varsayar. Gerçek kozmolojik yeniden birleşme, Lyman- α kaçış olasılığı ve yarı kararlı $2s \rightarrow 1s$ iki-foton bozunması tarafından geciktirilir. Peebles ve Zeldovich-tipi etkin üç-düzeyle atom hesapları sonucu iyileştirir ve Planck düzeyinde doğruluk için modern çok düzeyli yeniden birleşme kodları gerekir [2, 3, 15]. Bununla birlikte Saha denklemi ilgili sıcaklığın neden 1.6×10^5 K yerine $T \approx 3000$ K olduğunu açıklar.

Dördüncüsü, $\ell \approx kD_M$ eşlemesi yaklaşıktır. Kesin eşleme (77) içinde küresel Bessel fonksiyonlarıyla yapılır. Son saçılmanın sonlu kalınlığı, kütleçekimsel mercekleme, Doppler terimleri, kutuplanma, yeniden iyonlaşma ve geç-zaman ISW etkilerinin tümü gözlenen spektrumları değiştirir. Kütleçekimsel mercekleme akustik zirveleri yumuşatır ve bir miktar E kutuplanmasını B kutuplanmasına dönüştürür. Ön planlar ve termal ile kinetik Sunyaev-Zeldovich etkileri dâhil ikincil anizotropiler, bazı küçük-ölçek gözlemlerine hâkim olur ve gerçek analizlerde modellenmelidir.

Gözlemlerle karşılaştırma olağanüstü başarılıdır. Ölçülen zirve fazları, basit enflasyon modellerinden beklediği gibi tutarlı adyabatik başlangıç koşullarını doğrular. Birinci zirve konumu neredeyse uzaysal düzlüğe

işaret eder. Tek-çift zirve karşıtlığı, ilksel nükleosentezle uyum içinde $\Omega_b h^2 \approx 0.0224$ değerini verir. Genel zirve örüntüsü $\Omega_m h^2 \approx 0.143$ değerini sağlayarak eşitlik kırmızıya kaymasını sabitler. Sönüm kuyruğu helyum kesrini, spektral indisi, genişleme hızını ve herhangi bir ek göreceli enerji yoğunluğunu kısıtlar. Kutuplanma hız fazını doğrular ve yeniden iyonlaşmaya optik derinliği ölçer.

13. Sonuç

CMB'nin akustik zirveleri basit bir fiziksel sistemden doğar: özel bir zamanda, son saçılmada gözlenen kütleçekimsel olarak zorlanmış bir foton-baryon osilatörü. Saha denklemi, kara cisim dağılımının yüksek-enerji kuyruğunun $k_B T \ll 13.6$ eV olana kadar iyonlaşmayı sürdürmesine izin veren muazzam foton-baryon oranı nedeniyle plazmanın neden $z \approx 1100$ civarında nötr hâle geldiğini açıklar. Bu dönemden önce Thomson saçılması sıkı bağlanmayı dayatır ve bağlı akışkanın ses hızı

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3(1+R)}}. \quad (116)$$

olur. Foton sürekliliğini toplam foton-baryon Euler denklemiyle birleştirmek osilatörü verir:

$$\frac{d}{d\eta} [(1+R)\dot{\Theta}_0] + \frac{k^2}{3} \Theta_0 = -\frac{k^2}{3} (1+R)\Psi - \frac{d}{d\eta} [(1+R)\dot{\Psi}], \quad (117)$$

bunun sabit-potansiyel çözümü

$$\Theta_0 + \Psi = [\Theta_0(0) + (1+R)\Psi] \cos(kr_s) - R\Psi. \quad (118)$$

şeklinde. Faz koşulu $k_n r_s = n\pi$ harmonik yapıyı verirken, izdüşüm $\ell \approx kD_M$ sonucunu verir. Baryonlar tek sayılı zirveleri güçlendirir, madde yoğunluğu potansiyel bozunmasını ve eşitliği kontrol eder, difüzyon sönümü küçük ölçekleri siler ve kutuplanma ayrışmada üretilen kuadrupölü açığa çıkarır. Bu bağlantılı olgular CMB'yi hem mikrofiziğin hem de kozmik geometrinin olağanüstü duyarlı bir sondası yapar.

Kaynaklar

- [1] B. W. Carroll and D. A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, 2. baskı, Cambridge University Press, Cambridge (2017).
- [2] P. J. E. Peebles, "Recombination of the Primeval Plasma," *Astrophysical Journal* **153**, 1–11 (1968).
- [3] Y. B. Zel'dovich, V. G. Kurt, and R. A. Sunyaev, "Recombination of Hydrogen in the Hot Model of the Universe," *Soviet Physics JETP* **28**, 146–150 (1969).
- [4] R. K. Sachs and A. M. Wolfe, "Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background," *Astrophysical Journal* **147**, 73–90 (1967).

- [5] J. Silk, "Cosmic Black-Body Radiation and Galaxy Formation," *Astrophysical Journal* **151**, 459–471 (1968).
- [6] R. A. Sunyaev and Y. B. Zel'dovich, "Small-Scale Fluctuations of Relic Radiation," *Astrophysics and Space Science* **7**, 3–19 (1970).
- [7] W. Hu and N. Sugiyama, "Toward Understanding CMB Anisotropies and Their Implications," *Physical Review D* **51**, 2599–2630 (1995).
- [8] W. Hu and N. Sugiyama, "Small-Scale Cosmological Perturbations: An Analytic Approach," *Astrophysical Journal* **471**, 542–570 (1996).
- [9] C.-P. Ma and E. Bertschinger, "Cosmological Perturbation Theory in the Synchronous and Conformal Newtonian Gauges," *Astrophysical Journal* **455**, 7–25 (1995).
- [10] U. Seljak and M. Zaldarriaga, "Signature of Gravity Waves in the Polarization of the Microwave Background," *Physical Review Letters* **78**, 2054–2057 (1997).
- [11] W. Hu and S. Dodelson, "Cosmic Microwave Background Anisotropies," *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **40**, 171–216 (2002).
- [12] S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press, San Diego (2003).
- [13] V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge University Press, Cambridge (2005).
- [14] S. Weinberg, *Cosmology*, Oxford University Press, Oxford (2008).
- [15] Planck Collaboration, "Planck 2018 Results. VI. Cosmological Parameters," *Astronomy & Astrophysics* **641**, A6 (2020).