



BİRİKİM DISKLERİ

Shakura-Sunyaev İnce Disk Modeli ve Viskoz Enerji Yayılımına Dayalı Akı Denklemleri

Akademik Araştırma Makalesi

Teorik Astrofizik — Adım Adım Analitik Türetimler, Vektör Diyagramları ve Sayısal Tablolar

Shakura-Sunyaev İnce Disk Modeli ve Viskoz Enerji Yayılımına Dayalı Akı Denklemleri

Birikim Diskleri

Eylül 2026

Özet. Shakura–Sunyaev geometrik olarak ince, optik olarak kalın yığılma diski, yoğun astrofiziksel sistemlerde kütle yığılması, açısal momentum taşınımı, viskoz enerji yayılımı ve termal ışıınımı birbirine bağlayan temel analitik modeldir. Bu makalede model, kütleçekimsel enerji ölçeği, Eddington sınırı, Keplerci kayma ve düşey olarak integre edilmiş korunum yasalarından başlanarak ilk ilkelerden geliştirilir. Sıfır-tork iç sınır koşuluyla durağan-durum yüzey yoğunluğu bağıntısını, viskoz enerji yayılım yasasını, etkin sıcaklık dağılımını, bolometrik ışııtmayı ve çok renkli karacisim tayfını türetiyoruz. Türetimler her terimin fiziksel anlamını vurgular: yerel enerji yayılımı kayma tarafından, küresel ışııtma bağlanma enerjisi tarafından ve açısal momentum taşınımı dışa doğru yönelen bir viskoz tork tarafından belirlenir. Ardından α reçetesini, hidrostatik ölçek yüksekliğini, yüzey yoğunluğu için difüzyon denklemini ve Shakura–Sunyaev çözümünün standart radyal ölçeklenmelerini tanıtıyoruz. Katakizmik değişenler, X-ışını çiftleri ve aktif galaksi çekirdekleri için çözümlü örnekler; sıcaklıkların, ışıımların, zaman ölçeklerinin ve verimlerin sayısal büyüklüklerini gösterir. Makaleyi gözlemsel tanıları, Soltan verim argümanını, etkin viskozitenin fiziksel kökeni olarak manyetodönel türbülans ve ışıınım-basıncı kararsızlığı, görelî iç-sınır fiziği ve disk rüzgârlarıyla ilişkili sınırlamaları tartışarak sonlandırıyoruz.

Anahtar Kelimeler: yığılma diskleri; Shakura–Sunyaev modeli; viskoz enerji yayılımı; karacisim tayfları; Eddington ışııtması; açısal momentum taşınımı

1. Giriş

Yığılma, kütleçekimsel bağlanma enerjisini ışıınıma dönüştürmenin bilinen en verimli mekanizmaları arasındadır. Yakın çiftlerde, genç yıldız nesnelerinde, aktif galaksi çekirdeklerinde ve geçici X-ışını kaynaklarında, sıfırdan farklı açısal momentuma sahip madde merkezi cisme radyal olarak düşemez. Bunun yerine, açısal momentum dışa doğru taşınırken kütlenin içe doğru sürüklendiği diferansiyel dönmeli bir disk oluşturur. Bunun sonucunda yörüngesel bağlanma enerjisinin serbest kalması, cüce novalardan kuazarlara uzanan bir aralıkta optik, morötesi ve X-ışını ışıımlarını besler.

Shakura ve Sunyaev'in klasik ince-disk modeli [15], Lynden-Bell ve Pringle'in küresel viskoz formülasyonu [10] ile paralel olarak geliştirilmiş olup, optik olarak kalın bir yığılma akışının en basit öz-tutarlı kuramı olmayı sürdürmektedir. Varsayımları katı fakat güçlüdür: disk geometrik olarak incedir, $H/r \ll 1$; açısal hız yaklaşık olarak Keplercidir; kütle yığılma oranı durağandır; iç gerilmeler etkin bir viskozite ile temsil edilebilir; ve diferansiyel dönme tarafından üretilen ısı iki disk yüzünden yerel olarak ışııtılır. Bu varsayımlar altında model radyal akı yasasını

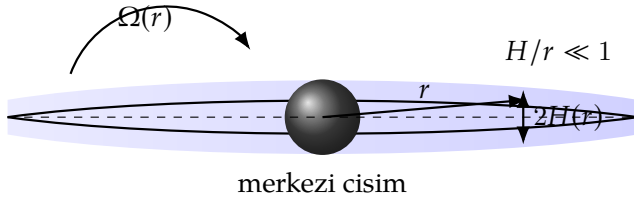
$$D(r) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right], \quad (1)$$

öngörür; burada D bir yüzeyden yayılan ışıınımsal akı, M merkezi kütle, $\dot{M}$ içe doğru kütle yığılma oranı ve R_{in} iç kenardır. Denklem (1), yüksek-enerji astrofiziğinde en yaygın kullanılan formüllerden biridir. Katakizmik değişenlerde, termal-durum kara delik çiftlerinde ve kuazarlarda yığılma oranı kestirimlerinin temelini

oluşturur; aynı zamanda görelî disk kuramının Newtoncu limitidir [11, 12].

Bu makalenin amacı pedagojik ve kuramsaldır: viskoz enerji yayılımının akı denklemlerinin, tüm ara adımlar açık olacak biçimde eksiksiz bir türetimini vermek. Lisansüstü ders kitaplarında yaygın olan gösterimi izliyoruz [6, 7, 13, 3]. Türetim, nihai akı yasasıyla değil, kütle ve açısal momentum korunumu ile başlar. Bu yol esastır; çünkü disk ışııtması yalnızca kütleçekim potansiyel enerjisinin türevi alınarak elde edilmez. Serbest kalan kütleçekimsel enerjinin yarısı, yıldız yüzeyinde, sınır katmanında, en iç kararlı dairesel yörünge- de veya olay ufkunda bertaraf edilmeye kadar yörüngesel kinetik enerji olarak kalır. Diğer yarısı geniş disk içinde yayılır; fakat radyal dağılımı iç-sınır torku tarafından değiştirilir.

İnce diskler ayrıca yararlı bir zaman ölçekleri hiyerarşisi sunar. Dinamik zaman yörüngeseldir; termal zaman α^{-1} çarpanı kadar daha uzundur; viskoz zaman ise $(r/H)^2$ kadar daha da uzundur. Bu ayrışma, yüzey yoğunluğunun seküler evrimine izin verirken hidrostatik düşey dengeyi ve yerel termal dengeyi gerektirir. Bununla birlikte model, derin fiziği tek bir α parametresinde gizler. Modern manyetohidrodinamik simülasyonlar, türbülanslı gerilmenin olası kaynağı olarak manyetodönel kararsızlığı tanımlamaktadır [1, 2]; ancak bu türbülansın doyumu ve ışıınım taşınımıyla ilişkisi etkin araştırma problemleri olarak kalmaktadır.



merkezi cisim

Şekil 1. Geometrik olarak ince bir diskin meridyen kesiti. Düşey hidrostatik denge ölçek yüksekliğini $H = c_s/\Omega_K$ olarak verirken, $H/r \ll 1$ olduğundan radyal kuvvet dengesi yaklaşık olarak Keplericidir.

2. Fiziksel ve Matematiksel Çerçeve

2.1. Yığılma ısıtması ve verim

M kütleli bir cismin Newtoncu potansiyelinde sonsuzdan R yarıçapına düşen m kütleli bir elemanın kütleçekim potansiyel enerjisindeki değişim

$$\Delta E_{\text{grav}} = \frac{GMm}{R}. \quad (2)$$

ile verilir. Madde $\dot{M}$ oranıyla geliyorsa, doğal yığılma güç ölçeği bu nedenle

$$L_{\text{acc}} = \frac{GMM\dot{M}}{R}. \quad (3)$$

olur. Bu kestirim kasıtlı olarak geneldir: madde R yarıçapında durursa mevcut en büyük Newtoncu güçtür. Maddesel bir yıldız yüzeyine yığılma için yaklaşık olarak uygulanır.

Isıtmayı durgun-kütle enerjisinin bir kesri olarak ifade etmek yararlıdır:

$$L = \eta \dot{M} c^2, \quad (4)$$

burada η ışımsal verimdir. (3) ve (4) birleştirilirse Newtoncu yüzey verimi

$$\eta_{\text{surf}} = \frac{GM}{Rc^2} = \frac{1}{2} \frac{R_S}{R}, \quad (5)$$

elde edilir; burada Schwarzschild yarıçapı

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}. \quad (6)$$

olarak tanımlanır. Bir beyaz cüce için $\eta \sim 10^{-4}$, bir nötron yıldızı için $\eta \sim 0.1$ ve bir kara delik için göreceli verim en iç kararlı dairesel yörüngedeki bağlanma enerjisi tarafından belirlenir.

Dairesel Keplerci bir yörüngenin toplam özgül mekanik enerjisi

$$e(r) = \frac{v_\phi^2}{2} - \frac{GM}{r}. \quad (7)$$

şeklinde. $v_\phi^2 = GM/r$ kullanılırsa

$$e(r) = -\frac{GM}{2r}. \quad (8)$$

elde edilir. Dolayısıyla R_{in} yarıçapına kadar uzanan bir ince disk, iç kenarda gerilme yoksa yalnızca

$$L_{\text{disk}} = \frac{GMM\dot{M}}{2R_{\text{in}}} \quad (9)$$

kadar ısıtılabilir. (3)'teki eksik yarı fiziksel olarak eksik değildir: R_{in} 'deki yörüngesel kinetik enerjidir.

2.2. Eddington ısıtması

Eddington sınırı, iyonize gaz için dışa doğru ışıma kuvveti ile içe doğru kütleçekim arasındaki dengeden çıkar. r yarıçapında, L ısıtmasına karşılık gelen ışımsal akı

$$F = \frac{L}{4\pi r^2}. \quad (10)$$

olur. Elektron saçılması opaklığı κ için birim küle başına dışa doğru kuvvet

$$f_{\text{rad}} = \frac{\kappa F}{c} = \frac{\kappa L}{4\pi r^2 c}. \quad (11)$$

Birim küle başına içe doğru kütleçekim kuvveti

$$f_{\text{grav}} = \frac{GM}{r^2}. \quad (12)$$

şeklinde. (11) ifadesini (12)'e eşitlemek

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMc}{\kappa}. \quad (13)$$

sonucunu verir. Tam iyonize hidrojen için $\kappa = \sigma_T/m_p$ olduğundan

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T}. \quad (14)$$

Sayısal olarak,

$$L_{\text{Edd}} = 1.26 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{erg s}^{-1}. \quad (15)$$

Karşılık gelen Eddington yığılma oranı

$$\dot{M}_{\text{Edd}} = \frac{L_{\text{Edd}}}{\eta c^2}. \quad (16)$$

ile tanımlanır. $\eta = 0.1$ için,

$$\dot{M}_{\text{Edd}} = 2.2 \times 10^{-8} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) M_\odot \text{yr}^{-1}. \quad (17)$$

2.3. Keplerci açısal hız ve kayma

Soğuk dairesel bir yörünge için radyal kuvvet dengesi

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \frac{GM}{r^2}. \quad (18)$$

şeklinde. $v_\phi = r\Omega$ ile Keplerci açısal hız

$$\Omega_K(r) = \left(\frac{GM}{r^3} \right)^{1/2}. \quad (19)$$

olur. Özgül açısal momentum

$$j(r) = r^2 \Omega_K = (GMr)^{1/2}. \quad (20)$$

şeklindedir. (19)'nin türevi kaymayı verir:

$$\frac{d\Omega_K}{dr} = -\frac{3}{2} \frac{\Omega_K}{r}. \quad (21)$$

Negatif işaret esastır: iç halkalar dış halkalardan daha hızlı döner. Bu nedenle viskoz veya türbülanslı gerilme açısal momentumu dışa doğru, mekanik enerjiyi ise hem dışa doğru hem de ısıya taşır.

Tanım 1. İnce disk,

$$\frac{H}{r} \ll 1, \quad |v_r| \ll v_\phi, \quad \Omega \simeq \Omega_K. \quad (22)$$

koşullarını sağlayan dönen gazlı bir yapılandırmadır. Düşey optik derinliği

$$\tau = \frac{1}{2} \kappa \Sigma \gg 1, \quad (23)$$

koşulunu sağlıyorsa optik olarak kalındır; burada Σ yüzey kütle yoğunluğudur.

3. Viskoz İnce Disk İçin Korunum Yasaları

3.1. Yüzey yoğunluğu ve kütle korunumu

Yüzey yoğunluğu düşey integraldir:

$$\Sigma(r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(r, z, t) dz. \quad (24)$$

Silindirik koordinatlarda eksensimetrik kütle korunumu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0. \quad (25)$$

şeklindedir. (25)'nin z üzerinden integrali alınır ve üst ve alt yüzeylerden net kütle akısı olmadığı varsayılırsa

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r) = 0. \quad (26)$$

elde edilir. Kütle yığılma oranı geleneksel olarak içe doğru pozitif alınır:

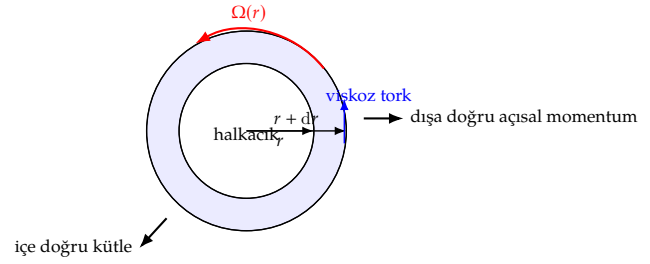
$$\dot{M}(r, t) = -2\pi r \Sigma v_r. \quad (27)$$

Yığılmada $v_r < 0$ olduğundan, (27) denklemi $\dot{M} > 0$ verir. Durağan durumda $\partial \Sigma / \partial t = 0$ olur ve (26)

$$\frac{d}{dr} (r \Sigma v_r) = 0, \quad (28)$$

sonucunu gerektirir; dolayısıyla

$$\dot{M} = \text{constant}. \quad (29)$$



Şekil 2. Viskoz bir halkacıkta açısal momentum taşınımı. Daha hızlı iç gaz, dış gaz üzerine ileri yönde tork uygular; dış gaz ise iç gaz üzerine geri yönde tork uygular. Net etki, açısal momentumun dışa doğru taşınması ve kütlelin içe doğru sürüklenmesidir.

3.2. Viskoz tork

ν etkin kinematik viskoziteyi gösterebilir. İlgili kayma gerilmesi

$$T_{r\phi} = \rho \nu r \frac{d\Omega}{dr}. \quad (30)$$

şeklindedir. Düşey integral gerilme bileşkesini verir:

$$W_{r\phi} = \nu \Sigma r \frac{d\Omega}{dr}. \quad (31)$$

r yarıçaplı silindirik bir yüzey boyunca uygulanan tork, kuvvet çarpı kaldıraç koludur. Silindirik kesitten geçen iki disk yüzünün alanı, $W_{r\phi}$ içinde zaten bulunan düşey integral ile birlikte $2\pi r$ çarpanına karşılık gelir; dolayısıyla

$$G(r) = 2\pi r \cdot r \cdot W_{r\phi}. \quad (32)$$

Böylece

$$G(r) = 2\pi r \nu \Sigma r^2 \frac{d\Omega}{dr}. \quad (33)$$

elde edilir. $d\Omega/dr < 0$ olduğundan bu ifade, yerel gerilmenin işaret konvansiyonu ile negatiftir. Dışa doğru açısal momentum akısı büyüklüğünü kullanmak çoğu zaman daha açıktır:

$$\mathcal{G}(r) = -2\pi r \nu \Sigma r^2 \frac{d\Omega}{dr}. \quad (34)$$

Keplerci bir disk için (21)

$$\mathcal{G}(r) = 3\pi \nu \Sigma r^2 \Omega_K. \quad (35)$$

sonucunu verir.

3.3. Açısal momentum korunumu

Birim alan başına açısal momentum $\Sigma r^2 \Omega$ 'dır. Korunum

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Sigma r^2 \Omega) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Sigma v_r r^2 \Omega) = \frac{1}{2\pi r} \frac{d\mathcal{G}}{dr}. \quad (36)$$

ifadesini verir. Sağ taraf viskoz torkun diverjansıdır. Potansiyel sabitse, $\Omega = \Omega(r)$ olup bağımsız bir termodinamik değişken değildir. (26) denklemini $r^2 \Omega$ ile çarpıp (36) denkleminde çıkarmak

$$\Sigma v_r \frac{d}{dr} (r^2 \Omega) = \frac{1}{2\pi r} \frac{d\mathcal{G}}{dr}. \quad (37)$$

sonucunu verir. (27) kullanılırsa bu

$$-\dot{M} \frac{dj}{dr} = \frac{d\mathcal{G}}{dr}. \quad (38)$$

biçimine gelir. Yarıçapa göre integrasyon

$$\dot{M}j - \mathcal{G} = C, \quad (39)$$

verir; burada C sabit bir açısal momentum akısıdır.

İç kenar R_{in} 'de sıfır-tork koşulu

$$\mathcal{G}(R_{in}) = 0. \quad (40)$$

şeklindedir. Bu durumda (39) denkleminin R_{in} 'de değerlendirilmesi

$$C = \dot{M}j_{in}, \quad (41)$$

sonucunu verir; burada

$$j_{in} = (GMR_{in})^{1/2}. \quad (42)$$

Dolayısıyla

$$\mathcal{G} = \dot{M}(j - j_{in}). \quad (43)$$

olur. (35) denkleminin (43) içine konması

$$3\pi\nu\Sigma r^2\Omega_K = \dot{M} \left[(GMr)^{1/2} - (GMR_{in})^{1/2} \right]. \quad (44)$$

sonucunu verir. $r^2\Omega_K = (GMr)^{1/2}$ olduğundan, $3\pi(GMr)^{1/2}$ ile bölme merkezi durağan-durum bağıntısını verir:

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[1 - \left(\frac{R_{in}}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (45)$$

Not 1. Denklem (45), Σ 'nın iç kenarda sıfıra gittiğini söylemez. Tork sıfıra giderse $\nu\Sigma$ çarpımının sıfıra gittiğini söyler. Gerçekçi disklerde gerilme, bir yıldız sınır katmanı, manyetosfer veya dalan görelî bölge yakınında tam olarak sıfır olmayabilir.

4. Viskoz Enerji Yayılımı ve Akı Yasası

4.1. Yerel kayma ısınması

Bir kayma akışında birim hacim başına viskoz enerji yayılımı hızı, gerilme ile şekil değiştirme hızının çarpımıdır. Diferansiyel dönme için

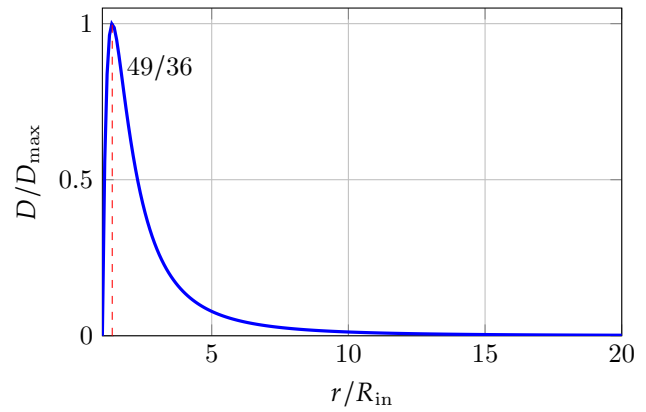
$$q^+ = \rho\nu \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2. \quad (46)$$

Yükseklik üzerinden integral alıp iki ışıınım yapan yüze eşit olarak bölmek, bir disk yüzünden çıkan akıyı verir:

$$D(r) = \frac{1}{2} \nu\Sigma \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right)^2. \quad (47)$$

Keplerci dönme için (21)

$$r \frac{d\Omega_K}{dr} = -\frac{3}{2} \Omega_K. \quad (48)$$



Şekil 3. (51) denkleminde elde edilen normalize viskoz akı $D(r)$. Akı, sıfır-tork sınırı için R_{in} 'de sıfıra gider ve en büyük değerine $r = (49/36)R_{in}$ konumunda ulaşır.

sonucunu verir. Dolayısıyla

$$D(r) = \frac{1}{2} \nu\Sigma \left(\frac{9}{4} \Omega_K^2 \right), \quad (49)$$

veya

$$D(r) = \frac{9}{8} \nu\Sigma \Omega_K^2. \quad (50)$$

olur. (45) ve $\Omega_K^2 = GM/r^3$ yerine konursa

$$D(r) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{R_{in}}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (51)$$

elde edilir. Bu Shakura–Sunyaev akı denklemdir. Köşeli parantez içindeki çarpan, viskoz tork orada sıfır olduğunda iç kenar yakınında yerel enerji yayılımının kaybını ifade eder. İç kenardan uzakta yerel akı, yörüngesel bağlanma enerjisinin radyal serbest kalışından beklenen sonuca yaklaşır.

4.2. Etkin sıcaklık

Her halkacık her yüzeyden yerel olarak karacısım gibi ışıınıyorsa,

$$D(r) = \sigma T_{eff}^4(r), \quad (52)$$

burada σ Stefan–Boltzmann sabitidir. Böylece

$$T_{eff}(r) = \left[\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma r^3} \left(1 - \sqrt{\frac{R_{in}}{r}} \right) \right]^{1/4}. \quad (53)$$

$r \gg R_{in}$ için,

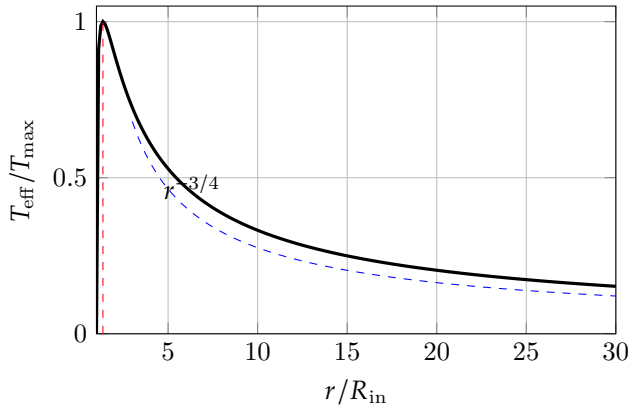
$$T_{eff}(r) \propto r^{-3/4}. \quad (54)$$

En büyük sıcaklık $D(r)$ 'nin en büyük olduğu yerde ortaya çıkar.

$$x = \frac{r}{R_{in}}, \quad f(x) = x^{-3}(1 - x^{-1/2}). \quad (55)$$

olsun. Türev alırsak,

$$\frac{df}{dx} = -3x^{-4}(1 - x^{-1/2}) + \frac{1}{2}x^{-9/2}. \quad (56)$$



Şekil 4. (53) denkleminde normalize etkin sıcaklık. Büyük yarıçapta sıfır-tork düzeltmesi ihmal edilebilir ve $T_{\text{eff}} \propto r^{-3/4}$.

elde edilir. $df/dx = 0$ koymak

$$-3 + \frac{7}{2}x^{-1/2} = 0. \quad (57)$$

verir. Böylece

$$x^{1/2} = \frac{7}{6}, \quad (58)$$

ve

$$r_{\text{max}} = \frac{49}{36}R_{\text{in}}. \quad (59)$$

olur. En büyük sıcaklık

$$T_{\text{max}} = 0.488 \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma R_{\text{in}}^3} \right)^{1/4}. \quad (60)$$

şeklinde.

4.3. İntegralenmiş ısıtma ve enerjinin diğer yarısı

dr genişliğindeki bir halkacıktan iki disk yüzü tarafından yayılan ısıtma

$$dL = 2(2\pi r dr)D(r). \quad (61)$$

şeklinde. Böylece

$$L_{\text{disk}} = 4\pi \int_{R_{\text{in}}}^{\infty} rD(r) dr. \quad (62)$$

olur. (51) yerine konursa,

$$L_{\text{disk}} = \frac{3GM\dot{M}}{2} \int_{R_{\text{in}}}^{\infty} r^{-2} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right] dr. \quad (63)$$

İlk integral

$$\int_{R_{\text{in}}}^{\infty} r^{-2} dr = \frac{1}{R_{\text{in}}}, \quad (64)$$

ve ikincisi

$$R_{\text{in}}^{1/2} \int_{R_{\text{in}}}^{\infty} r^{-5/2} dr = \frac{2}{3} \frac{1}{R_{\text{in}}}. \quad (65)$$

olur. Dolayısıyla

$$L_{\text{disk}} = \frac{3GM\dot{M}}{2} \left(\frac{1}{R_{\text{in}}} - \frac{2}{3} \frac{1}{R_{\text{in}}} \right), \quad (66)$$

ve böylece

$$L_{\text{disk}} = \frac{GM\dot{M}}{2R_{\text{in}}}. \quad (67)$$

elde edilir. Bu, sonsuz ile R_{in} arasındaki Keplerci yörünge- sel enerjinin azalmasına eşittir. Kalan enerji iç sınırdan taşınan kinetik enerjidir:

$$\dot{E}_{\text{kin,in}} = \frac{1}{2} \dot{M} v_K^2(R_{\text{in}}) = \frac{GM\dot{M}}{2R_{\text{in}}}. \quad (68)$$

Yığılma yapan cismin Keplerci hızı göre yavaş dönen maddesel bir yüzeyi varsa, bu enerji bir sınır katmanında yayılır. Yığılma yapan cisim bir kara delikse, bunun büyük bölümü dalan bölgede görelî işleminden geçtikten sonra ufku aşar.

Önerme 1. Sıfır-tork iç sınırına sahip Newtoncu Keplerci bir ince disk için diskten çıkan toplam bolometrik ısıtma, ay- rıntılı viskozite yasasından bağımsız olarak (67) denklemiyle verilir.

5. Çok Renkli Karacisim Tayfı

5.1. Tayfsal integral

Bir karacismin özgül şiddeti

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1}. \quad (69)$$

şeklinde. i eğimi ve d uzaklığından gözlenen bir disk için gözlenen akı yoğunluğu

$$F_\nu = \frac{\cos i}{d^2} \int 2\pi r B_\nu[T_{\text{eff}}(r)] dr. \quad (70)$$

olur. Uzak bir gözlemci tek bir yüzü gördüğünden iki yüzü de dahil etmek uygunsuz olur; buna karşılık ısıtma tayfları iki yüzü de içerir. Ölçekleme argümanları için sabitler önemsizdir. R_{in} 'in oldukça dışındaki yarı- çaplarda,

$$T(r) = T_0 \left(\frac{r}{R_0} \right)^{-3/4}. \quad (71)$$

olur. r_v yarıçapını

$$kT(r_v) = h\nu. \quad (72)$$

ile tanımlayalım. (71)'dan,

$$r_v = R_0 \left(\frac{kT_0}{h\nu} \right)^{4/3}. \quad (73)$$

Şimdi

$$u = \frac{h\nu}{kT(r)} = \left(\frac{r}{r_v} \right)^{3/4}. \quad (74)$$

koyalım. O halde

$$r = r_v u^{4/3}, \quad dr = \frac{4}{3} r_v u^{1/3} du. \quad (75)$$

Tayfsal integral

$$F_\nu \propto \nu^3 r_\nu^2 \int \frac{u^{5/3}}{e^u - 1} du. \quad (76)$$

biçimine gelir. Ara frekans aralığında

$$kT_{\text{out}} \ll h\nu \ll kT_{\text{max}}, \quad (77)$$

sınırlar 0 ve ∞ ile yaklaşık olarak alınabilir; dolayısıyla integral bir sabittir:

$$I = \int_0^\infty \frac{u^{5/3}}{e^u - 1} du. \quad (78)$$

$r_\nu^2 \propto \nu^{-8/3}$ olduğundan, (76) denklemi

$$F_\nu \propto \nu^{1/3}. \quad (79)$$

sonucunu verir. Yeterince düşük frekansta tüm disk Rayleigh–Jeans rejimindedir ve sonlu dış yarıçap için eğim $F_\nu \propto \nu^2$ değerine yaklaşır. Yüksek frekansta en sıcak halkacıklardan gelen üstel Wien kesilmesi baskın olur.

6. Alfa Reçetesi ve Düşey Yapı

6.1. Hidrostatik ölçek yüksekliği

Orta düzlem yakınında düşey kütleçekim yükseklikle lineerdir. $z \ll r$ için,

$$g_z \simeq -\Omega_K^2 z. \quad (80)$$

Hidrostatik denge

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -\Omega_K^2 z. \quad (81)$$

şeklindedir. $P = \rho c_s^2$ olan izotermal bir katman için,

$$c_s^2 \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho \Omega_K^2 z. \quad (82)$$

İntegrasyon

$$\rho(z) = \rho_0 \exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right), \quad (83)$$

verir; burada

$$H = \frac{c_s}{\Omega_K}. \quad (84)$$

$v_K = r\Omega_K$ olduğundan,

$$\frac{H}{r} = \frac{c_s}{v_K}. \quad (85)$$

İnce-disk koşulu dolayısıyla yörüngesel hareketin yüksek derecede süpersonik olmasına eşdeğerdir:

$$\mathcal{M} = \frac{v_K}{c_s} \gg 1. \quad (86)$$

6.2. Shakura–Sunyaev viskozitesi

Shakura ve Sunyaev, türbülanslı girdapların c_s 'den küçük karakteristik hıza ve H 'den küçük boyuta sahip olduğunu varsayarak düşey olarak integre edilmiş gerilmeyi parametrize etmiştir. Böylece

$$\nu = \alpha c_s H, \quad (87)$$

olur ve

$$0 < \alpha \lesssim 1. \quad (88)$$

(84) kullanılırsa,

$$\nu = \alpha \frac{c_s^2}{\Omega_K}. \quad (89)$$

Radyal sürüklenme hızı (27) ve (45)'dan bulunur:

$$v_r = -\frac{\dot{M}}{2\pi r \Sigma}. \quad (90)$$

$\dot{M}/\Sigma$ elenirse

$$v_r = -\frac{3\nu}{2r} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right]^{-1}. \quad (91)$$

elde edilir. İç sınırdan uzakta,

$$|v_r| \simeq \frac{3\nu}{2r}. \quad (92)$$

(87) ile,

$$\frac{|v_r|}{v_K} \simeq \frac{3}{2} \alpha \left(\frac{H}{r} \right)^2. \quad (93)$$

Dolayısıyla disk ince olduğundan radyal hareket yavaştır.

7. Difüzyon Denklemi ve Viskoz Zaman Ölçeği

Genel zaman-bağımlı bir disk için indirgenmiş açısall momentum denklemi ile kütle korunumunu birleştirelim. (37)'dan,

$$v_r = \frac{1}{2\pi r \Sigma} \left(\frac{dj}{dr} \right)^{-1} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r}. \quad (94)$$

Keplerci dönme için,

$$\frac{dj}{dr} = \frac{1}{2} (GM)^{1/2} r^{-1/2}. \quad (95)$$

Tork büyüklüğü

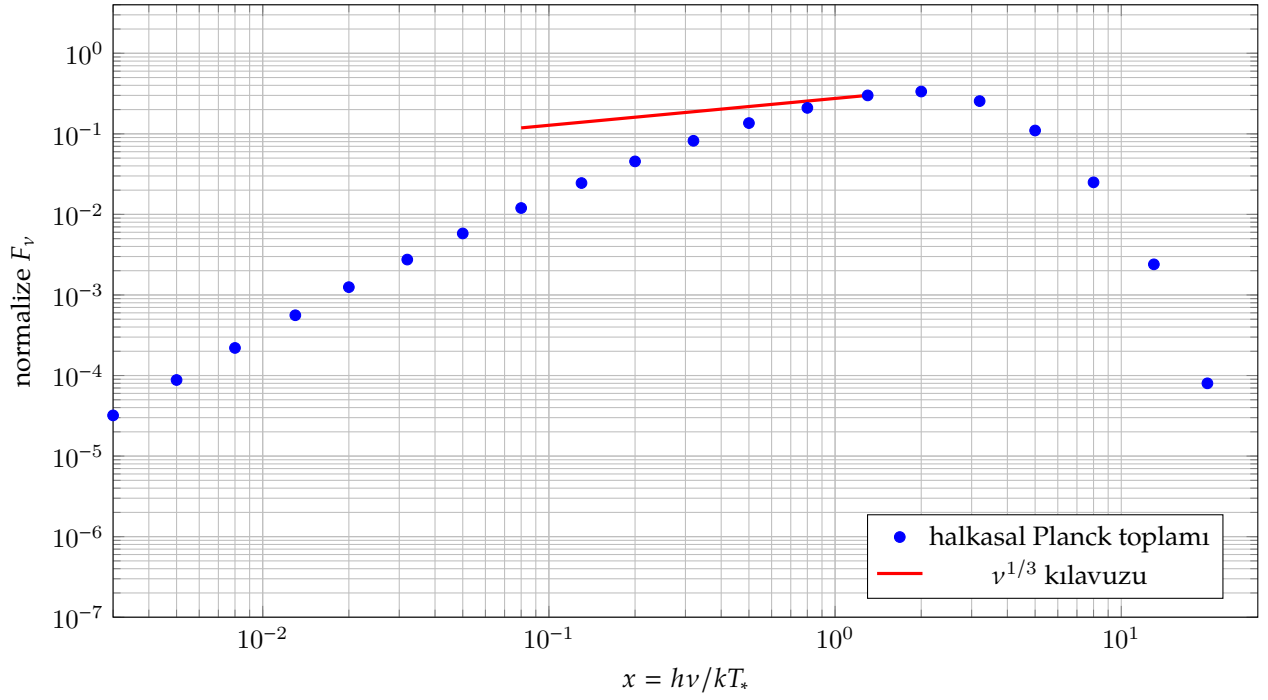
$$\mathcal{G} = 3\pi \nu \Sigma (GM r)^{1/2}. \quad (96)$$

şeklindedir. Yerine koyma

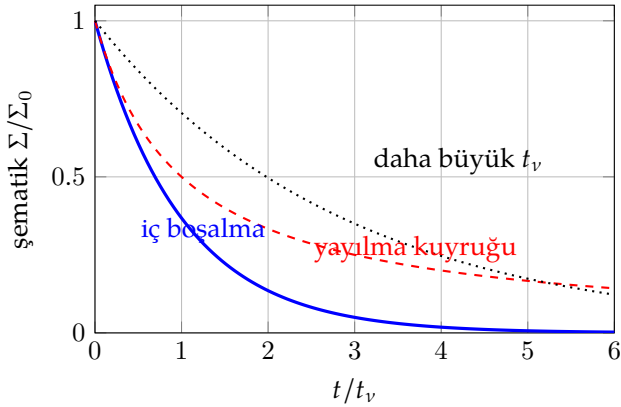
$$v_r = -\frac{3}{\Sigma r^{1/2}} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}), \quad (97)$$

sonucunu verir; burada işaret, azalan açısall momentum akışı için içe doğru akışa karşılık gelir. Bu sonucun (26) içine konması

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\nu \Sigma r^{1/2}) \right]. \quad (98)$$



Şekil 5. $x_r = 1.02$ ile $x_r = 10^3$ arasında $T(x_r) \propto x_r^{-3/4}(1 - x_r^{-1/2})^{1/4}$ olan halkacıklar üzerinde Planck fonksiyonları toplanarak elde edilen boyutsuz çok renkli karacisim tayfı. Çizilen koordinatlar sayısal toplamın maksimumuna normalize edilmiştir. Ara bölge, (79) denkleminde türetilen analitik $F_v \propto \nu^{1/3}$ eğimini izler.



Şekil 6. Viskoz difüzyon denkleminin yönetilen yüzey yoğunluğunun şematik seküler evrimi. Karakteristik zaman $t_v \sim r^2/\nu$ olup, ince bir diskte yörünge zamanından çok daha uzundur.

sonucunu verir. Bu doğrusal olmayan difüzyon denkleminin, ince viskoz diskin temel evrim denklemdir.

Karakteristik viskoz zaman

$$t_v \sim \frac{r^2}{\nu}. \quad (99)$$

şeklinde. $\nu = \alpha c_s H$ ve $H = c_s/\Omega_K$ kullanılırsa,

$$t_v \sim \frac{1}{\alpha} \left(\frac{r}{H} \right)^2 \Omega_K^{-1}. \quad (100)$$

Dinamik zaman

$$t_{\text{dyn}} = \Omega_K^{-1}, \quad (101)$$

ve termal zaman yaklaşık olarak

$$t_{\text{th}} \sim \frac{1}{\alpha} \Omega_K^{-1}. \quad (102)$$

şeklinde. Dolayısıyla $\alpha < 1$ ve $H/r \ll 1$ için

$$t_{\text{dyn}} \ll t_{\text{th}} \ll t_v \quad (103)$$

olur. Bu hiyerarşi, diskin kütleyi yavaşça yeniden dağıtırken neden düşey olarak hidrostatik kalabildiğini açıklar.

8. Shakura-Sunyaev Çözümünün Radyal Yapı Ölçeklenmeleri

Akı yasası T_{eff} 'yi belirler; fakat orta düzlem sıcaklığı, yüzey yoğunluğu, basınç ve kalınlık için düşey ışımsal aktarım ve bir hal denkleminin gerekir. Standart model sistemi

$$P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}}, \quad (104)$$

ile kapatır; burada

$$P_{\text{gas}} = \frac{\rho k T_c}{\mu m_p}, \quad (105)$$

ve

$$P_{\text{rad}} = \frac{a T_c^4}{3}. \quad (106)$$

İşımsal difüzyon yaklaşık olarak

$$D = \frac{4acT_c^4}{3\kappa\Sigma}. \quad (107)$$

verir. Yüzey yoğunluğu ve orta düzlem yoğunluğu

$$\Sigma \simeq 2\rho_c H. \quad (108)$$

ile ilişkilidir. (45), (87), (84) ve (107) birleştirilirse klasik radyal bölgeler elde edilir.

$$f(r) = 1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2}. \quad (109)$$

olsun. Gaz-basıncı, elektron-saçılması bölgesi için yaygın olarak kullanılan bir ölçeklenme

$$T_c \propto \alpha^{-1/5} \dot{M}^{2/5} M^{3/10} r^{-9/10} f^{2/5}. \quad (110)$$

şeklinde. Buna karşılık gelen yüzey yoğunluğu

$$\Sigma \propto \alpha^{-4/5} \dot{M}^{3/5} M^{1/5} r^{-3/5} f^{3/5}. \quad (111)$$

olarak ölçeklenir. Ölçek yüksekliği

$$H \propto \alpha^{-1/10} \dot{M}^{1/5} M^{-7/20} r^{21/20} f^{1/5}. \quad (112)$$

davranışı gösterir. Gaz-basıncı, serbest-serbest opaklık bölgesinde,

$$T_c \propto \alpha^{-1/5} \dot{M}^{3/10} M^{1/4} r^{-3/4} f^{3/10}, \quad (113)$$

$$\Sigma \propto \alpha^{-4/5} \dot{M}^{7/10} M^{1/4} r^{-3/4} f^{7/10}, \quad (114)$$

ve

$$H \propto \alpha^{-1/10} \dot{M}^{3/20} M^{-3/8} r^{9/8} f^{3/20}. \quad (115)$$

olur. Işınım-basıncı, elektron-saçılması iç bölgesinde,

$$H \propto \dot{M} f, \quad (116)$$

iken

$$\Sigma \propto \alpha^{-1} \dot{M}^{-1} M^{-1/2} r^{3/2} f^{-1}. \quad (117)$$

Bu orantılar kilit bir özelliği ortaya koyar: $\dot{M}$ 'nin artması ışınım-basıncı bölgesinde Σ 'yı azaltır; bu olgu, en basit αP_{tot} reçetesinde termal ve viskoz kararsızlıkla bağlantılıdır.

9. Çözümlü Sayısal Uygulamalar

9.1. Katakizmik değişen disk

Kütlesi

$$M = 1.0 M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33} \text{ g} \quad (118)$$

ve yarıçapı

$$R_{\text{in}} = 7.0 \times 10^8 \text{ cm}. \quad (119)$$

olan bir beyaz cüce düşünelim.

$$\dot{M} = 10^{-9} M_{\odot} \text{ yr}^{-1} = 6.31 \times 10^{16} \text{ g s}^{-1}. \quad (120)$$

olsun. Disk ısıtması

$$L_{\text{disk}} = \frac{(6.67 \times 10^{-8})(1.99 \times 10^{33})(6.31 \times 10^{16})}{2(7.0 \times 10^8)}. \quad (121)$$

şeklinde. Dolayısıyla

$$L_{\text{disk}} = 6.0 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1} \simeq 1.6 L_{\odot}. \quad (122)$$

olur. (60) denkleminde maksimum etkin sıcaklık

$$T_{\text{max}} \simeq 5.7 \times 10^4 \text{ K}. \quad (123)$$

elde edilir. Bu, uzak morötesinde tepe yapar. Beyaz cüce yavaş dönüyorsa, karşılaştırılabilir bir ısıtma sınır katmanında, çoğu zaman aşırı morötesi veya yumuşak X-ışını sıcaklıklarında ortaya çıkabilir.

9.2. Yıldız kütleli kara delik çifti

Dönmeyen bir kara delik için

$$R_{\text{in}} = 6 \frac{GM}{c^2}. \quad (124)$$

alalım.

$$M = 10 M_{\odot}, \quad (125)$$

ile

$$R_{\text{in}} = 8.9 \times 10^6 \text{ cm}. \quad (126)$$

elde edilir.

$$\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1} = 6.31 \times 10^{17} \text{ g s}^{-1}, \quad (127)$$

için Newtoncu disk ısıtması

$$L_{\text{disk}} = 4.7 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1}. \quad (128)$$

olur. Eddington ısıtması

$$L_{\text{Edd}} = 1.26 \times 10^{39} \text{ erg s}^{-1}, \quad (129)$$

olduğundan Eddington oranı

$$\frac{L_{\text{disk}}}{L_{\text{Edd}}} = 3.7 \times 10^{-2}. \quad (130)$$

şeklinde. Maksimum sıcaklık

$$T_{\text{max}} \simeq 4.0 \times 10^6 \text{ K}, \quad (131)$$

olup

$$kT_{\text{max}} \simeq 0.34 \text{ keV}. \quad (132)$$

değerine karşılık gelir. Bu, pek çok kara delik çiftinde gözlenen termal yumuşak X-ışını bileşenidir ve elektron saçılması atmosferleri nedeniyle tayfsal sertleşme ile değişikliğe uğrar.

9.3. Aktif galaksi çekirdeği

Kütlesi

$$M = 10^8 M_{\odot} \quad (133)$$

olan bir kara delik ve

$$\dot{M} = 1 M_{\odot} \text{ yr}^{-1} = 6.31 \times 10^{25} \text{ g s}^{-1}, \quad (134)$$

yığılma oranı için iç yarıçap $6GM/c^2$

$$R_{\text{in}} = 8.9 \times 10^{13} \text{ cm}. \quad (135)$$

olur. Disk ısıtması

$$L_{\text{disk}} = 4.7 \times 10^{45} \text{ erg s}^{-1}. \quad (136)$$

Tablo 1. İnce yığılma diskleri için temsili ölçekler. Değerler, metinde türetilen denklemler kullanılarak elde edilen mertebe büyüklüğünde Newtoncu kestirimlerdir.

Sistem	M	İç yarıçap	$\dot{M}$	L_{disk}	Karakteristik T_{max}
Kataklizmik değişen	$1 M_{\odot}$	$7 \times 10^8 \text{ cm}$	$10^{-9} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$	$6.0 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$	$5.7 \times 10^4 \text{ K}$
Yıldızsal kara delik	$10 M_{\odot}$	$9 \times 10^6 \text{ cm}$	$10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$	$4.7 \times 10^{37} \text{ erg s}^{-1}$	$4.0 \times 10^6 \text{ K}$
AGN kuazar diski	$10^8 M_{\odot}$	$9 \times 10^{13} \text{ cm}$	$1 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$	$4.7 \times 10^{45} \text{ erg s}^{-1}$	$1.3 \times 10^5 \text{ K}$

şeklinde. Eddington ısıtması

$$L_{\text{Edd}} = 1.26 \times 10^{46} \text{ erg s}^{-1}, \quad (137)$$

olduğundan

$$\frac{L_{\text{disk}}}{L_{\text{Edd}}} = 0.37. \quad (138)$$

elde edilir. Maksimum etkin sıcaklık yalnızca

$$T_{\text{max}} \simeq 1.3 \times 10^5 \text{ K}, \quad (139)$$

olup termal tepeyi morötesine yerleştirir. Sabit Eddington oranında $T_{\text{max}} \propto M^{-1/4}$ kütle bağımlılığı, yıldız kütleli kara deliklerin neden termal X-ışınları yaydığını, kuazarların ise optik-UV’de tepe yaptığını açıklar.

10. Tartışma

10.1. Varsayımlar ve geçerlilik sınırları

İnce-disk denklemleri, birbirine bağlı bir dizi yaklaşıma dayanır. Birincisi, diskin verimli biçimde soğuması gerekir; böylece yayılan enerji yerel olarak ısıtılır. Bu, soğuma zamanının içe akış zamanından kısa olmasını gerektirir. Soğuma verimsizse enerji içe doğru taşınır ve akış, adveksiyon baskın yığılma akışlarında olduğu gibi geometrik olarak kalın hale gelir. İkincisi, karacisim ve difüzyon formüllerinin uygulanabilmesi için disk optik olarak kalın olmalıdır. Optik olarak ince diskler kinetik plazma fiziği ve termal olmayan ışımsal süreçler gerektirir.

Üçüncüsü, dönme yasası Keplerciye yakın olmalıdır. Bu, radyal basınç desteği küçük olduğunda doğrudur:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} \ll \frac{GM}{r^2}. \quad (140)$$

$P \sim \rho c_s^2$ olduğundan kesirsel düzeltme

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega_K} \sim \left(\frac{H}{r}\right)^2. \quad (141)$$

mertebedesindedir. Dördüncüsü, sıfır-tork iç sınırı evrensel değildir. Dalan bölgede gerilmeler yok oluyorsa klasik bir kara delik için iyi gerekçelendirilmiştir; fakat manyetik alanlar maddeyi en iç kararlı dairesel yörünge boyunca bağlayabilir. Nötron yıldızları ve beyaz cüceler için iç sınır bir sınır katmanı veya manyetosfer olabilir.

Newtoncu model ayrıca, r yalnızca birkaç kütleçekim yarıçapı olduğunda yoğun görelî cisimlerin yakınında başarısız olur. Görelî disk modeli, Newtoncu

enerji ve açısal momentumu Kerr metriğindeki tam jeodezik niceliklerle değiştirir [11, 12]. Verimi

$$\eta_{\text{GR}} = 1 - E_{\text{ISCO}}, \quad (142)$$

şeklinde; burada E_{ISCO} en iç kararlı dairesel yörüngedeki özgül enerjidir. Schwarzschild kara deliği için,

$$\eta_{\text{GR}} = 0.057. \quad (143)$$

Hızlı dönen prograd Kerr kara deliği için ise

$$\eta_{\text{GR}} \gtrsim 0.3. \quad (144)$$

değerini aşabilir.

10.2. Gerilmenin manyetodönel kökeni

α reçetesi mikroskobik bir viskozite değildir. Moleküller viskozite gözlenen yığılma oranlarını açıklamak için çok küçüktür. Açısal hızı azalan zayıf manyetize bir disk manyetodönel kararsızlığa karşı kararsızdır. İdeal MHD’de, bir manyetik alan çizgisiyle bağlanmış iki akışkan elemanı, bir yayla bağlanmış kütleler gibi davranır. İç eleman dışa, dış eleman içe yer değiştirdiğinde, manyetik gerilim açısal momentumu iç elemandan dış elemana aktarır. Zayıf alan için kararsızlık ölçütü

$$\frac{d\Omega^2}{dr} < 0. \quad (145)$$

şeklinde. Keplerci diskler bu koşulu sağlar; çünkü $\Omega^2 \propto r^{-3}$. Türbülanslı gerilme Maxwell gerilmesi tarafından baskılanır:

$$T_{r\phi}^{\text{MHD}} = \rho v_r \delta v_\phi - \frac{B_r B_\phi}{4\pi}. \quad (146)$$

Etkin α çoğu zaman

$$\alpha_{\text{eff}} = \frac{\langle T_{r\phi}^{\text{MHD}} \rangle}{\langle P \rangle}. \quad (147)$$

olarak yazılır. Simülasyonlar, net manyetik akıya, termodinamiğe, katmanlaşmaya ve ışınlamaya bağlı olarak yaygın biçimde 10^{-3} ile 10^{-1} arasında değerler bulur.

10.3. Işınlam-basıncı kararsızlığı

Işıyan disklerin iç bölgelerinde ışınlam basıncı baskın olabilir:

$$P_{\text{rad}} \gg P_{\text{gas}}. \quad (148)$$

Gerilme toplam basınçla ölçekleniyorsa,

$$W_{r\phi} = \alpha P_{\text{tot}} H, \quad (149)$$

ısınma sıcaklığı güçlü biçimde yanıt verir. Yerel bir kes-tirim

$$Q^+ \propto P_{\text{tot}} H \Omega. \quad (150)$$

verir. Işınım-basıncı hidrostatik dengesinde $P_{\text{rad}} \propto T_c^4$ olup, ısınma T_c ile ışımsal soğumadan daha hızlı artar:

$$Q^- \propto \frac{T_c^4}{\Sigma}. \quad (151)$$

Bu nedenle standart model bu rejimde termal olarak kararsızdır. Bununla birlikte gözlemsel olarak pek çok parlak disk, en basit analizin öngördüğünden daha kararlı görünmektedir. Olası çözümler arasında gerilmenin gaz basıncıyla ölçeklenmesi, düşey adveksiyon, manyetik basınç desteği, disk rüzgârları, homojen olmayan ışınlamaya kaçışı ve küresel zaman-bağımlı etkiler bulunur.

10.4. Gözlemlerle karşılaştırma

Kataklizmik değişenlerde ince-disk modeli geniş optik-UV sürekliliğini ve disk ile sınır katmanları arasındaki enerji bölüşümünü açıklar. Cüce-nova patlamaları ek bir termal-viskoz iyonlaşma kararsızlığı gerektirir; fakat sıcak-durum diski yine de yaklaşık olarak Shakura-Sunyaev tipindedir.

X-ışını çiftlerinde termal baskın durum çok renkli disk modelleriyle uyandırılır. Gözlenen renk sıcaklığı, bir sertleşme faktörü kadar T_{eff} 'den yüksektir:

$$f_{\text{col}} = \frac{T_{\text{col}}}{T_{\text{eff}}}, \quad (152)$$

bu faktör tipik olarak 1.5–1.9 mertebesinde. Hassas kara delik dönme ölçümleri için göreceli Doppler kaymaları, kütleçekimsel kırmızıya kayma, kenar kararması ve geri dönen ışınlamaya dahil edilmelidir.

AGN'lerde optik-UV büyük mavi tümsek, genel olarak optik olarak kalın yığılma ile tutarlıdır; ancak ayrıntılı tayflar çoğu zaman en basit modelle uyuşmaz. Gözlenen diskler, mikro mercekleme ve yankı haritalamasında standart ince-disk kuramının öngördüğünden daha büyük görünebilir. Bu uyuşmazlıklar disk rüzgârlarına, ışınlamaya, homojen olmayan sıcaklık dalgalanmalarına veya opaklık ve düşey yapının eksik anlaşılmasına işaret edebilir.

10.5. Soltan tipi verim argümanı

Soltan argümanı, integre kuazar ışığını yerel sönük kara delik kütle yoğunluğuyla karşılaştırır [16]. Eş hareketli ısıtılmış enerji yoğunluğu U_{rad} ve güncel kara delik kütle yoğunluğu ρ_{BH} ise,

$$U_{\text{rad}} = \frac{\eta}{1 - \eta} \rho_{\text{BH}} c^2. \quad (153)$$

η için çözmek

$$\eta = \frac{U_{\text{rad}}}{U_{\text{rad}} + \rho_{\text{BH}} c^2}. \quad (154)$$

sonucunu verir. Ampirik kestirimler genel olarak

$$\eta \sim 0.06 - 0.15, \quad (155)$$

değerini ima eder; bu, mütevazı spine sahip kara deliklere ışımsal olarak verimli yığılma ile tutarlıdır. Argüman küresel ve demografiktir; fakat kuazar ışımlarının yıldızsal süreçlerden ziyade ince veya orta derecede ince yığılma diskleri tarafından beslendiği fikrini güçlü biçimde destekler.

11. Sonuç

Shakura-Sunyaev ince disk modeli, hem analitik olarak saydam hem de gözlemsel olarak güçlü olan nadir astrofizik kuram örneklerinden biridir. Kütle korunumu, açısal momentum korunumu ve viskoz kaymadan başlayarak durağan bağıntı

$$\nu \Sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right], \quad (156)$$

ve dolayısıyla yerel akı

$$D(r) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{R_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right]. \quad (157)$$

elde edilir. Disk

$$L_{\text{disk}} = \frac{GM\dot{M}}{2R_{\text{in}}}, \quad (158)$$

ısıtmasını yayarken, Newtoncu yığılma enerjisinin kalan yarısı iç sınırda kinetik enerji olarak bulunur. Yerel karacisim yayımı büyük yarıçapta

$$T_{\text{eff}} \propto r^{-3/4} \quad (159)$$

verir ve dış Rayleigh-Jeans ile iç Wien rejimleri arasında karakteristik çok sıcaklıklı sürekliliği

$$F_{\nu} \propto \nu^{1/3} \quad (160)$$

üretir.

Modelin temel fiziksel kavrayışı, yığılmanın yalnızca maddenin enerji kaybetme yeteneğiyle değil, maddenin açısal momentum kaybetme yeteneğiyle kontrol edildiğidir. Viskoz veya türbülanslı gerilmeler açısal momentumu dış doğru taşır ve kütlelerin uzun zaman ölçeği $t_{\nu} \sim r^2/\nu$ üzerinde içe doğru sürüklenmesine izin verir. α reçetesi karmaşık türbülansı işlenebilir bir kapanışa indirger ve MRI kaynaklı MHD türbülansı artık bunun başlıca fiziksel yorumu olarak görülmektedir. Bununla birlikte ışınlam-basıncı kararsızlığı, göreceli iç-sınır gerilmeleri, rüzgârlar, ışınlama ve tayfsal sertleşme gerçek disklerin ideal kuramdan daha zengin olduğunu hatırlatır. İnce disk, bu karmaşıklıkların kendisine göre ölçüldüğü vazgeçilmez sıfırıncı-mertebe çerçeve olmayı sürdürmektedir.

Kaynaklar

- [1] S. A. Balbus and J. F. Hawley, "A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I. Linear analysis," *Astrophysical Journal*, cilt 376, s. 214–233, 1991.
- [2] S. A. Balbus and J. F. Hawley, "Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks," *Reviews of Modern Physics*, cilt 70, s. 1–53, 1998.
- [3] B. W. Carroll and D. A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics*, 2nd baskı. Cambridge University Press, 2017.
- [4] S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer*. Dover Publications, 1960.
- [5] A. S. Eddington, *The Internal Constitution of the Stars*. Cambridge University Press, 1926.
- [6] J. Frank, A. King, and D. Raine, *Accretion Power in Astrophysics*, 3rd baskı. Cambridge University Press, 2002.
- [7] S. Kato, J. Fukue, and S. Mineshige, *Black-Hole Accretion Disks: Towards a New Paradigm*. Kyoto University Press, 2008.
- [8] R. Kippenhahn, A. Weigert, and A. Weiss, *Stellar Structure and Evolution*, 2nd baskı. Springer, 2012.
- [9] D. Lynden-Bell, "Galactic nuclei as collapsed old quasars," *Nature*, cilt 223, s. 690–694, 1969.
- [10] D. Lynden-Bell and J. E. Pringle, "The evolution of viscous discs and the origin of the nebular variables," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, cilt 168, s. 603–637, 1974.
- [11] I. D. Novikov and K. S. Thorne, "Astrophysics of black holes," *Black Holes içinde*, C. DeWitt and B. S. DeWitt, eds., Gordon and Breach, s. 343–450, 1973.
- [12] D. N. Page and K. S. Thorne, "Disk-accretion onto a black hole. Time-averaged structure of accretion disk," *Astrophysical Journal*, cilt 191, s. 499–506, 1974.
- [13] J. E. Pringle, "Accretion discs in astrophysics," *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, cilt 19, s. 137–162, 1981.
- [14] G. B. Rybicki and A. P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*. Wiley, 1979.
- [15] N. I. Shakura and R. A. Sunyaev, "Black holes in binary systems. Observational appearance," *Astronomy and Astrophysics*, cilt 24, s. 337–355, 1973.
- [16] A. Soltan, "Masses of quasars," *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, cilt 200, s. 115–122, 1982.